Aufgabe 1

Vergleiche

$$T_3f(x;-5) = \frac{f(-5)}{0!} + \frac{f'(-5)}{1!}(x+5) + \frac{f''(-5)}{2!}(x+5)^2 + \frac{f'''(-5)}{3!}(x+5)^3$$

mit

$$T_3f(x;-5) = -6 - 6(x+5) - 2(x+5)^2 + 6(x+5)^3$$

$$\frac{f(-5)}{0!} = -6 \quad \Rightarrow \quad f(-5) = -6 \cdot 0! = -6$$

$$\frac{f'(-5)}{1!} = -6 \quad \Rightarrow \quad f'(-5) = -6 \cdot 1! = -6$$

$$\frac{f''(-5)}{2!} = -2 \quad \Rightarrow \quad f''(-5) = -2 \cdot 2! = -4$$

$$\frac{f'''(-5)}{3!} = 6 \quad \Rightarrow \quad f'''(-5) = 6 \cdot 3! = 36$$

Aufgabe 2

Vergleiche

$$T_3f(x;5) = \frac{f(5)}{0!} + \frac{f'(5)}{1!}(x-5) + \frac{f''(5)}{2!}(x-5)^2 + \frac{f'''(5)}{3!}(x-5)^3$$

mit

$$T_3f(x;5) = 6 - 3(x-5) - 3(x-5)^2 + 2(x-5)^3$$

$$\frac{f(5)}{0!} = 6 \quad \Rightarrow \quad f(5) = 6 \cdot 0! = 6$$

$$\frac{f'(5)}{1!} = -3 \quad \Rightarrow \quad f'(5) = -3 \cdot 1! = -3$$

$$\frac{f''(5)}{2!} = -3 \quad \Rightarrow \quad f''(5) = -3 \cdot 2! = -6$$

$$\frac{f'''(5)}{3!} = 2 \quad \Rightarrow \quad f'''(5) = 2 \cdot 3! = 12$$

Aufgabe 3

Vergleiche

$$T_3 f(x;4) = \frac{f(4)}{0!} + \frac{f'(4)}{1!}(x-4) + \frac{f''(4)}{2!}(x-4)^2 + \frac{f'''(4)}{3!}(x-4)^3$$

mit

$$T_3 f(x;4) = -7 + 2(x-4) + 3(x-4)^2 - 5(x-4)^3$$

$$\frac{f(4)}{0!} = -7 \quad \Rightarrow \quad f(4) = -7 \cdot 0! = -7$$

$$\frac{f'(4)}{1!} = 2 \quad \Rightarrow \quad f'(4) = 2 \cdot 1! = 2$$

$$\frac{f''(4)}{2!} = 3 \quad \Rightarrow \quad f''(4) = 3 \cdot 2! = 6$$

$$\frac{f'''(4)}{3!} = -5 \quad \Rightarrow \quad f'''(4) = -5 \cdot 3! = -30$$

Aufgabe 4

Vergleiche

$$T_3 f(x;5) = \frac{f(5)}{0!} + \frac{f'(5)}{1!}(x-5) + \frac{f''(5)}{2!}(x-5)^2 + \frac{f'''(5)}{3!}(x-5)^3$$

mit

$$T_3 f(x;5) = -1 + 5(x-5) + 4(x-5)^2 + 6(x-5)^3$$

$$\frac{f(5)}{0!} = -1 \quad \Rightarrow \quad f(5) = -1 \cdot 0! = -1$$

$$\frac{f'(5)}{1!} = 5 \quad \Rightarrow \quad f'(5) = 5 \cdot 1! = 5$$

$$\frac{f''(5)}{2!} = 4 \quad \Rightarrow \quad f''(5) = 4 \cdot 2! = 8$$

$$\frac{f'''(5)}{3!} = 6 \quad \Rightarrow \quad f'''(5) = 6 \cdot 3! = 36$$

Aufgabe 5

Vergleiche

$$T_3f(x;0) = \frac{f(0)}{0!} + \frac{f'(0)}{1!}(x+0) + \frac{f''(0)}{2!}(x+0)^2 + \frac{f'''(0)}{3!}(x+0)^3$$

mit

$$T_3f(x;0) = 1 + 7(x+0) + (x+0)^3$$

$$\frac{f(0)}{0!} = 1 \quad \Rightarrow \quad f(0) = 1 \cdot 0! = 1$$

$$\frac{f'(0)}{1!} = 7 \quad \Rightarrow \quad f'(0) = 7 \cdot 1! = 7$$

$$\frac{f''(0)}{2!} = 0 \quad \Rightarrow \quad f''(0) = 0 \cdot 2! = 0$$

$$\frac{f'''(0)}{3!} = 1 \quad \Rightarrow \quad f'''(0) = 1 \cdot 3! = 6$$

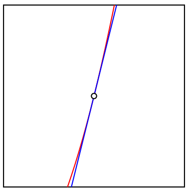
Aufgabe 6

$T_3f(x;2) = -4 + (x-2) + 3(x-2)^2 + 3(x-2)^3$

$P(2,-4)$

$f'(2) = 1 \cdot 1! > 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P wachsend.

$f''(2) = 3 \cdot 2! > 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P linksgekrümmt.



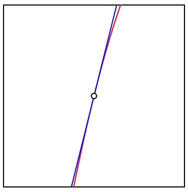
Aufgabe 7

$T_3f(x;-2) = 3 + 4(x+2) - 5(x+2)^2 - 3(x+2)^3$

$P(-2,3)$

$f'(-2) = 4 \cdot 1! > 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P wachsend.

$f''(-2) = -5 \cdot 2! < 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P rechtsgekrümmt.



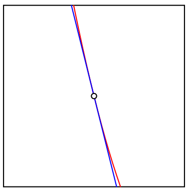
Aufgabe 8

$T_3 f(x;2) = -1 - 2(x-2) + (x-2)^2 - 3(x-2)^3$

$P(2,-1)$

$f'(2) = -2 \cdot 1! < 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P fallend.

$f''(2) = 1 \cdot 2! > 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P linksgekrümmt.



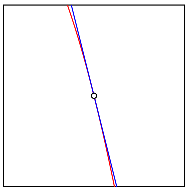
Aufgabe 9

$T_3 f(x;2) = -2 - 2(x-2) - 5(x-2)^2 + 4(x-2)^3$

$P(2,-2)$

$f'(2) = -2 \cdot 1! < 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P fallend.

$f''(2) = -5 \cdot 2! < 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P rechtsgekrümmt.



Aufgabe 10

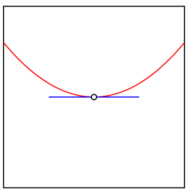
$T_3 f(x;4) = 4 + 5(x-4)^2 - 3(x-4)^3$

$P(4,4)$

$f'(4) = 0 \cdot 1! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P eine horizontale Tangente.

$f''(4) = 5 \cdot 2! > 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P linksgekrümmt.

P ist ein Tiefpunkt.



Aufgabe 11

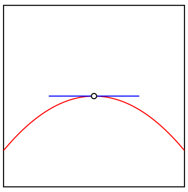
$T_3f(x;2) = 2 - 5(x-2)^2 + (x-2)^3$

$P(2,2)$

$f'(2) = 0 \cdot 1! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P eine horizontale Tangente.

$f''(2) = -5 \cdot 2! < 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P rechtsgekrümmt.

P ist ein Hochpunkt.



Aufgabe 12

$T_3f(x;3) = 2 + 4(x-3) + 2(x-3)^3$

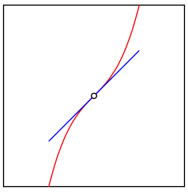
$P(3,2)$

$f'(3) = 4 \cdot 1! > 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P wachsend.

$f''(3) = 0 \cdot 2! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P die Krümmung 0.

$f'''(3) = 2 \cdot 3! > 0 \quad \Rightarrow \quad$ Die Krümmung wechselt vrnl.

P ist ein Wendepunkt.



Aufgabe 13

$T_3f(x;4) = 4 + 5(x-4) - 2(x-4)^3$

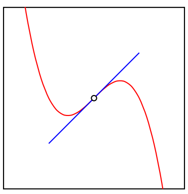
$P(4,4)$

$f'(4) = 5 \cdot 1! > 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P wachsend.

$f''(4) = 0 \cdot 2! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P die Krümmung 0.

$f'''(4) = -2 \cdot 3! < 0 \quad \Rightarrow \quad$ Die Krümmung wechselt vlnr.

P ist ein Wendepunkt.



Aufgabe 14

$T_3 f(x;2) = 1 - 4(x-2) + 5(x-2)^3$

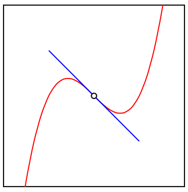
$P(2,1)$

$f'(2) = -4 \cdot 1! < 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P fallend.

$f''(2) = 0 \cdot 2! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P die Krümmung 0.

$f'''(2) = 5 \cdot 3! > 0 \quad \Rightarrow \quad$ Die Krümmung wechselt vrnl.

P ist ein Wendepunkt.



Aufgabe 15

$T_3 f(x;4) = 4 - 4(x-4) - 3(x-4)^3$

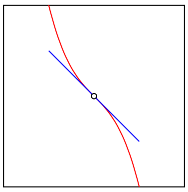
$P(4,4)$

$f'(4) = -4 \cdot 1! < 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ ist in P fallend.

$f''(4) = 0 \cdot 2! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P die Krümmung 0.

$f'''(4) = -3 \cdot 3! < 0 \quad \Rightarrow \quad$ Die Krümmung wechselt vlnr.

P ist ein Wendepunkt.



Aufgabe 16

$T_3 f(x;2) = 3 + 2(x-2)^3$

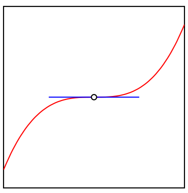
$P(2,3)$

$f'(2) = 0 \cdot 1! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P eine horizontale Tangente.

$f''(2) = 0 \cdot 2! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P die Krümmung 0.

$f'''(2) = 2 \cdot 3! > 0 \quad \Rightarrow \quad$ Die Krümmung wechselt vrnl.

P ist ein Sattelpunkt (Terrassenpunkt).



Aufgabe 17

$T_3 f(x;1) = -3 - 5(x-1)^3$

$P(1, -3)$

$f'(1) = 0 \cdot 1! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P eine horizontale Tangente.

$f''(1) = 0 \cdot 2! = 0 \quad \Rightarrow \quad G_f$ hat in P die Krümmung 0.

$f'''(1) = -5 \cdot 3! < 0 \quad \Rightarrow \quad$ Die Krümmung wechselt vlnr.

P ist ein Sattelpunkt (Terrassenpunkt).