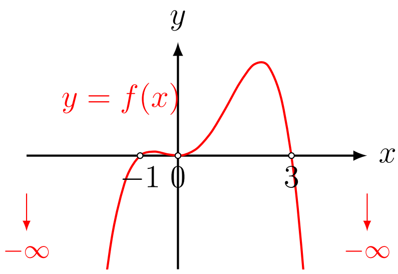
Aufgabe 1

$f(x) = -x^4 - 2x^3 - 3x^2 = -x^2(x^2 - 2x - 3) = -x^2(x+1)(x-3)$

Nullstellen: $x_1 = -1,\ x_2 = x_3 = 0,\ x_4 = 3$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(-x^4\right) = -\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(-x^4\right) = -\infty$$



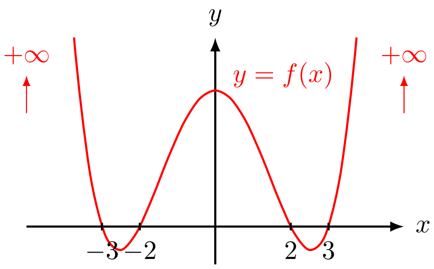
Da im rechten Intervall $[0,3]$ betragsmässig grössere Argumente (z. B. $x = 2$) vorkommen, als im linken Intervall $[-1,0]$, können wir vermuten, dass die Werte im Intervall $[0,3]$ betragsmässig auch grösser sind.

Aufgabe 2

$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$

Nullstellen: $x_1 = -3,\ x_2 = -2,\ x_3 = 2,\ x_4 = 3$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^4 = +\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^4 = +\infty$$



Da das Polynom $f(x)$ nur gerade Exponenten hat (4, 2, 0) ist sein Graph symmetrisch zur y-Achse.

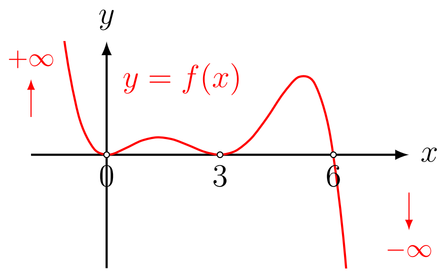
Aufgabe 3

$f(x) = -x^5 + 12x^4 - 45x^3 + 54x^2 = -x^2(x^3 - 12x^2 + 45x - 54) \overset{\text{TR}}{=} -x^2(x-3)^2(x-6)$

Nullstellen: $x_1 = x_2 = 0,\ x_3 = x_4 = 3,\ x_5 = 6$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (-x^5) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (-x^5) = -\infty$



Da im Intervall $[3, 6]$ betragsmässig grössere Argumente (z. B. $x = 5$) vorkommen, als im Intervall $[0, 3]$, können wir vermuten, dass die Werte im Intervall $[0, 6]$ ebenfalls betragsmässig grösser sind.