Aufgabe 1

Faktorisiere die Funktion $f(x) = 3x^4 - 12x^5$ so weit wie möglich.

Lösung: $f(x) = 3x^4(1 - 4x)$

Aufgabe 2

Faktorisiere die Funktion $f(x) = 3x^2 - 12$ so weit wie möglich.

Lösung: $f(x) = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) = 3(x - 2)(x + 2)$ [3. binomische Formel]

Aufgabe 3

Faktorisiere die Funktion $f(x) = 5x^2 - 30x + 45$ so weit wie möglich.

Lösung: $f(x) = 5(x^2 - 6x + 9) = 5(x - 3)^2$ [2. binomische Formel]

Aufgabe 4

Faktorisiere $f(x) = 2x^2 - 14x + 20$ so weit wie möglich.

Lösung: $f(x) = 2(x^2 - 7x + 10) = 2(x - 2)(x - 5)$ [Linearfaktorzerlegung]

Wer die Zerlegung nicht erraten kann, soll die Lösungen der Gleichung $x^2 - 7x + 10 = 0$ mit dem Taschenrechner bestimmen ($x_1 = 2$ und $x_2 = 5$) und diese von x subtrahieren, um die Faktoren zu bekommen.

Aufgabe 5

Faktorisiere die Funktion $f(x) = 4x^2 - 12x$ so weit wie möglich.

Aufgabe 6

Faktorisiere die Funktion $f(x) = 10x^2 + 80x + 160$ so weit wie möglich.

Aufgabe 7

Faktorisiere die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$ so weit wie möglich.

Hinweis: Klammere zuerst den Faktor $\frac{1}{2}$ aus.

Aufgabe 8

Faktorisiere die Funktion $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$ so weit wie möglich.

Aufgabe 9

Faktorisiere die Funktion $f(x) = 6x^4 - 24x^2$ so weit wie möglich.

Aufgabe 10

Faktorisiere die Funktion $f(x) = x^5 - 16x^3$ so weit wie möglich.

Aufgabe 11

Bestimme den Grad n und alle Koeffizienten a_n, a_{n-1}, $\ldots$, a_1, a_0 der Polynomfunktion $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 7$.

Lösung: Der Grad n einer Polynomfunktion f ist ihr grösster Exponent. Also ist hier $n = 3$ Der Koeffizient a_k ist jeweils der Faktor, der vor der Potenz x^k steht; also $a_3 = 4$, $a_2 = -2$, $a_1 = 1$ und $a_0 = -7$.

Beachte:

- Wird ein Monom subtrahiert $(\ldots - 2x^2)$, so ist der entsprechende Koeffizient negativ.
- a_0 ist der Faktor, der vor der Potenz $x^0 = 1$ steht. Wegen $-7 = -7 \cdot 1 = -7 \cdot x^0$ gilt $a_0 = -7$.

Aufgabe 12

Bestimme den Grad n und alle Koeffizienten a_n, a_{n-1}, $\ldots$, a_1, a_0 der Polynomfunktion $f(x) = 3x^4 + x^5 + 9 - x$.

Lösung: Der Grad n einer Polynomfunktion f ist ihr grösster Exponent; also $n = 5$. Die Koeffizienten sind $a_5 = 1$, $a_4 = 3$, $a_3 = a_2 = 0$, $a_1 = -1$, $a_0 = 9$.

Beachte, dass fehlende Monome $(a_k x^k)$ den Koeffizienten $a_k = 0$ haben müssen, denn nur so gilt $0 \cdot x^k = 0$.

Aufgabe 13

Bestimme den Grad n und alle Koeffizienten a_n, a_{n-1}, $\ldots$, a_1, a_0 der Polynomfunktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{3}{2}$.

Aufgabe 14

Bestimme den Grad n und alle Koeffizienten a_n, a_{n-1}, $\ldots$, a_1, a_0 der Polynomfunktion $f(x) = -x^5 + x^3 + x^7 - x + 1$

Aufgabe 15

Faktorisiere die Funktion $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 10x + 24$ mit Hilfe des Taschenrechners so weit wie möglich.

Lösung: Hat ein Polynom dritten Grades $a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ die drei reellen Nullstellen x_1, x_2 und x_3, so gilt der *Zerlegungssatz*:

$$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

Mit dem TI-30+ [2nd] [poly-solv] geben wir im Menü 2: die Koeffizienten $a = 2$, $b = -12$, $c = 10$ und $d = 24$ ein und erhalten so die Lösungen $x_1 = 4$, $x_2 = 3$ und $x_3 = -1$.

Aus diesen Lösungen, dem *Leitkoeffizienten* $a_3 = 2$ und dem Zerlegungssatz folgt:

$f(x) = 2(x - 4)(x - 3)(x + 1)$

Aufgabe 16

Faktorisiere die Funktion $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 20$ mit Hilfe des Taschenrechners so weit wie möglich.

Aufgabe 17

Faktorisiere die Funktion $f(x) = 3x^3 - 21x^2 - 3x + 21$ mit Hilfe des Taschenrechners so weit wie möglich.

Aufgabe 18

Bestimme mit Hilfe des Taschenrechners alle reellen Nullstellen des Polynoms

$f(x) = x^4 - 9x^3 + 17x^2 + 9x - 18,$

wenn bekannt ist, dass diese ganzzahlig sind und im Intervall $I = [-10, 10]$ liegen.

Aufgabe 19

Bestimme mit Hilfe des Taschenrechners alle reellen Nullstellen des Polynoms

$f(x) = x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 189x$

wenn bekannt ist, dass diese ganzzahlig sind und im Intervall $I = [-10, 10]$ liegen.

Aufgabe 20

Bestimme mit Hilfe des Taschenrechners alle reellen Nullstellen des Polynoms

$f(x) = x^5 - 6x^4 - 7x^3 + 88x^2 - 156x + 80$

wenn bekannt ist, dass diese ganzzahlig sind und im Intervall $I = [-10, 10]$ liegen.