

Differenzialrechnung

Ableitungsregeln (Teil 2)

Aufgabe 1

$$f(x) = x^2 \cdot e^x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 1

$$f(x) = x^2 \cdot e^x$$

$$f'(x) = 2xe^x + x^2e^x = x(x + 2)e^x$$

Aufgabe 2

$$f(x) = x \cdot \sin x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 2

$$f(x) = x \cdot \sin x$$

$$f'(x) = 1 \cdot \sin x + x \cdot \cos x = \sin x + x \cos x$$

Aufgabe 3

$$f(x) = x^2 \cdot \ln x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 3

$$f(x) = x^2 \cdot \ln x$$

$$f'(x) = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1)$$

Aufgabe 4

$$f(x) = \sin x \cdot \cos x$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 4

$$f(x) = \sin x \cdot \cos x$$

$$f'(x) = \cos x \cos x + \sin x(-\sin x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Aufgabe 5

$$f(x) = e^x \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 5

$$f(x) = e^x \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = e^x \cdot \sqrt{x} + e^x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = e^x \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) = \frac{2x + 1}{2\sqrt{x}} \cdot e^x$$

Aufgabe 6

$$f(x) = (2x + 4) \tan(x)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 6

$$f(x) = (2x + 4) \tan(x)$$

$$f'(x) = 2 \tan x + (2x + 4) \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = 2 \tan x + \frac{2x + 4}{\cos^2 x}$$

oder

$$f'(x) = 2 \tan x + (2x + 4)(1 + \tan^2 x)$$

Aufgabe 7

$$f(x) = \sin^2(x)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 7

$$f(x) = \sin^2(x) = \sin x \cdot \sin x$$

$$f'(x) = \cos x \cdot \sin x + \sin x \cdot \cos x = 2 \sin x \cos x$$

Aufgabe 8

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 8

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{e^x \cdot x - e^x \cdot 1}{x^2} = \frac{(x-1)e^x}{x^2}$$

Aufgabe 9

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 9

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$f'(x) = \frac{\cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 10

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{1/x \cdot x - \ln x \cdot x}{x^2} = \frac{1 - x \ln x}{x^2}$$

Aufgabe 11

$$f(x) = \frac{3x + 1}{2x + 1}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 11

$$f(x) = \frac{3x + 1}{2x + 1}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{3 \cdot (2x + 1) - (3x + 1) \cdot 2}{(2x + 1)^2} = \frac{6x + 3 - 6x - 2}{(2x + 1)^2} \\ &= \frac{1}{(2x + 1)^2} \end{aligned}$$

Aufgabe 12

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 + 1}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 12

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 + 1}$$

$$f'(x) = \frac{(2x + 4)(x^2 + 1) - (x^2 + 4x - 1)2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^3 + 4x^2 + 2x + 4 - 2x^3 - 8x^2 + 2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{-4(x^2 - x - 1)}{(x^2 + 1)^2}$$

Aufgabe 13

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 13

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (x^2 + 2x - 3) - 1 \cdot (2x + 2)}{(x^2 + 2x - 3)^2} = \frac{-2(x + 1)}{((x - 1)(x + 3))^2} = \frac{-2(x + 1)}{(x - 1)^2(x + 3)^2}$$

Aufgabe 13

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (x^2 + 2x - 3) - 1 \cdot (2x + 2)}{(x^2 + 2x - 3)^2} = \frac{-2(x + 1)}{((x - 1)(x + 3))^2} = \frac{-2(x + 1)}{(x - 1)^2(x + 3)^2}$$

$$\text{Allgemein: } \left(\frac{1}{f(x)} \right)' = \frac{-f'(x)}{f^2(x)}$$

Aufgabe 14

$$f(x) = (5x + 3)^7$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 14

$$f(x) = (5x + 3)^7$$

$$f'(x) = 7(5x + 3)^6 \cdot 5 = 35(5x + 3)^6$$

Aufgabe 15

$$f(x) = e^{7x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 15

$$f(x) = e^{7x}$$

$$f'(x) = e^{7x} \cdot 7 = 7e^{7x}$$

Aufgabe 16

$$f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 16

$$f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \cdot 2x = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

Aufgabe 17

$$f(x) = e^{-x}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 17

$$f(x) = e^{-x}$$

$$f'(x) = e^{-x} \cdot (-1) = -e^{-x}$$

Aufgabe 18

$$f(x) = \sin(x^2)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 18

$$f(x) = \sin(x^2)$$

$$f'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x = 2x \cos(x^2)$$

Aufgabe 19

$$f(x) = \cos(\sin x)$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 19

$$f(x) = \cos(\sin x)$$

$$f'(x) = -\sin(\sin x) \cdot \cos x$$

Aufgabe 20

$$f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 20

$$f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

$$f'(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2} \cdot (-x) = -xe^{-\frac{1}{2}x^2}$$

Aufgabe 21

$$f(x) = \sqrt{x^4 + x^2}$$

$$f'(x) =$$

Aufgabe 21

$$f(x) = \sqrt{x^4 + x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^4 + x^2}} \cdot (4x^3 + 2x) = \frac{2x(2x^2 + 1)}{2|x|\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x(2x^2 + 1)}{|x|\sqrt{x^2 + 1}}$$