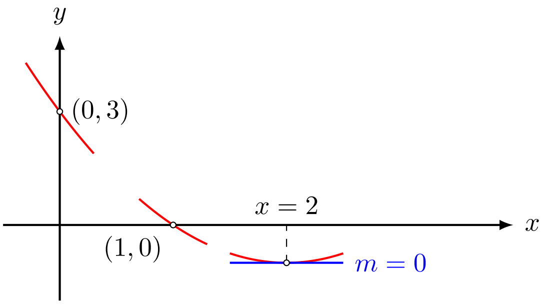
Aufgabe 1

$f(x) = ax^2 + bx + c = y$ Wert (*Valeur/Funkcionális érték*) an der Stelle x

$f'(x) = 2ax + b = m$ Steigung (*Pente/Gradiens*) an der Stelle x



$(1, 0)$ ist Schnittpunkt (*Intersection/Metszéspont*) mit der x-Achse:

$f(1) = 0$: $\quad a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0$

$$a + b + c = 0 \quad (1)$$

$(0, 3)$ ist Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f(0) = 3$: $\quad a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 3$

$$c = 3$$

Horizontale Tangente an der Stelle $x = 2$:

$f'(2) = 0$: $\quad 2a \cdot 2 + b = 0$

$$4a + b = 0 \quad (3)$$

Löse das lineare Gleichungssystem aus (1), (2), (3) mit dem Taschenrechner:

$$\begin{array}{lcl} 1 \cdot a + 1 \cdot b + 1 \cdot c = 0 & & a = 1 & & \\ 0 \cdot a + 0 \cdot b + 1 \cdot c = 3 & \Rightarrow & b = -4 & \Rightarrow & f(x) = x^2 - 4x + 3 \\ 4 \cdot a + 1 \cdot b + 0 \cdot c = 0 & & c = 3 & & \end{array}$$

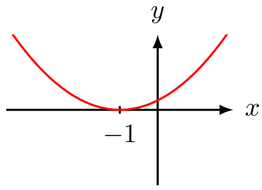
Aufgabe 2

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = y$ Wert an der Stelle x
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = m$ Steigung an der Stelle x

Berühren der x-Achse an der Stelle $x = -1$ bedeutet

$f(-1) = 0$ *und* $f'(-1) = 0$

(siehe Abbildung rechts).



$$f(-1) = 0: \quad a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) + d = 0$$
$$-a + b - c + d = 0 \quad (1)$$

$$f'(-1) = 0: \quad 3a \cdot (-1)^2 + 2b \cdot (-1) + c = 0$$
$$3a - 2b + c = 0 \quad (2)$$

$P(1, 6)$ liegt auf dem Graphen von f:

$$f(1) = 6: \quad a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 6$$
$$a + b + c + d = 6 \quad (3)$$

Steigung im Kurvenpunkt $P(1, 6)$ (an der Stelle $x = 1$): $m = 4$:

$$f'(1) = 0: \quad 3a \cdot 1^2 + 2b \cdot 1 + c = 0$$
$$3a + 2b + c = 4 \quad (4)$$

Da der TI-30X Pro maximal drei Gleichungen mit drei Unbekannten lösen kann, müssen wir eine der Variablen manuell eliminieren, damit wir den Taschenrechner zum Lösen einsetzen können. Am einfachsten ist es, die Variable d zu eliminieren, da sie nur in zwei der vier Gleichungen vorkommt:

Comme la TI-30X Pro peut résoudre au maximum trois équations à trois inconnues, nous devons éliminer manuellement l'une des variables afin de pouvoir utiliser la calculatrice pour la résoudre. Le plus simple est d'éliminer la variable d, car elle n'apparaît que dans deux des quatre équations:

Mivel a TI-30X Pro maximum három egyenletet tud megoldani három ismeretlennel, ezért az egyik változót kézzel kell kiküszöbölnünk, hogy a számológépet használhassuk a megoldásra. A legegyszerűbb, ha a d változót elimináljuk, mivel a négy egyenletből csak kettőben szerepel:

(1) nach d auflösen: $d = a - b + c$ (5) und in (3) einsetzen:

$$a + b + c + (a - b + c) = 6$$
$$2a + 2c = 6 \quad (6)$$

Nun können wir das Gleichungssystem aus (2), (4) und (6) mit dem Taschenrechner lösen:

$$\begin{array}{lllll} 3 \cdot a - 2 \cdot b + 1 \cdot c = 0 & (2) & & a = -0.5 \\ 3 \cdot a + 2 \cdot b + 1 \cdot c = 0 & (4) & \Rightarrow & b = 1 \\ 2 \cdot a + 0 \cdot b + 2 \cdot c = 6 & (6) & & c = 3.5 \end{array}$$

Diese Werte in die Gleichung (5) einsetzen:

$$d = a - b + c = -0.5 - 1 + 3.5 = 2$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -\tfrac{1}{2}x^3 + x^2 - \tfrac{7}{2}x + 2$$