Wachstum und Zerfall

Wachstumsfunktion

$$f(t) =$$

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) =$

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a:

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

Wachstumsfunktion

$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k:

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Wachstumskonstante

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Wachstumskonstante

b^k:

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Wachstumskonstante

b^k: Wachstumsfaktor (zur Basis b)

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Wachstumskonstante

b^k: Wachstumsfaktor (zur Basis b)

t:

Wachstumsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{k \cdot t} = a \cdot \left(b^k\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Wachstumskonstante

b^k: Wachstumsfaktor (zur Basis b)

t: Zeit

Zerfallsfunktion

$$f(t) =$$

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) =$

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a:

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k:

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Zerfallskonstante

Zerfallsfunktion

$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Zerfallskonstante

b^{-k}:

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Zerfallskonstante

b^{-k}: Zerfallsfaktor (zur Basis b)

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Zerfallskonstante

b^{-k}: Zerfallsfaktor (zur Basis b)

t:

Zerfallsfunktion

$$f(t) = a \cdot b^{-k \cdot t} = a \cdot \left(b^{-k}\right)^t$$

Für $t = 0$ ergibt sich $f(0) = a$

a: Anfangsbestand

k: Zerfallskonstante

b^{-k}: Zerfallsfaktor (zur Basis b)

t: Zeit

Beispiel 1

Bei einer Bakterienkultur ohne Raum- und Nahrungsmangel wächst die Individuenzahl exponentiell. Um 8 Uhr waren es 2300 und um 12 Uhr 36 800 Individuen. Welches war die Individuenzahl um 9 Uhr?

Beispiel 1

Bei einer Bakterienkultur ohne Raum- und Nahrungsmangel wächst die Individuenzahl exponentiell. Um 8 Uhr waren es 2300 und um 12 Uhr 36 800 Individuen. Welches war die Individuenzahl um 9 Uhr?

Beispiel 1

Bei einer Bakterienkultur ohne Raum- und Nahrungsmangel wächst die Individuenzahl exponentiell. Um 8 Uhr waren es 2300 und um 12 Uhr 36 800 Individuen. Welches war die Individuenzahl um 9 Uhr?

$A(t)$: Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t

Beispiel 1

Bei einer Bakterienkultur ohne Raum- und Nahrungsmangel wächst die Individuenzahl exponentiell. Um 8 Uhr waren es 2300 und um 12 Uhr 36 800 Individuen. Welches war die Individuenzahl um 9 Uhr?

$A(t)$: Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t

Basis: e (Jedes andere $b > 1$ geht auch.)

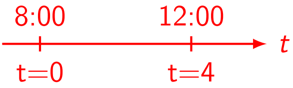
Beispiel 1

Bei einer Bakterienkultur ohne Raum- und Nahrungsmangel wächst die Individuenzahl exponentiell. Um 8 Uhr waren es 2300 und um 12 Uhr 36 800 Individuen. Welches war die Individuenzahl um 9 Uhr?

$A(t)$: Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t

Basis: e (Jedes andere $b > 1$ geht auch.)

Zeitrechnung:



$$A(4) = A(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 4}$$

$$A(4) = A(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 4}$$

$$36\,800 = 2300 \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 4} \quad || : 2300$$

$$
\begin{aligned}
A(4) &= A(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 4} \\
36\,800 &= 2300 \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 4} \qquad || : 2300 \\
16 &= \mathrm{e}^{k \cdot 4} \qquad || \ln
\end{aligned}
$$

$$A(4) = A(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 4}$$

$$36\,800 = 2300 \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 4} \quad || : 2300$$

$$16 = \mathrm{e}^{k \cdot 4} \quad || \ln$$

$$\ln 16 = k \cdot 4$$

$$
\begin{aligned}
A(4) &= A(0) \cdot \mathrm{e}^{k\cdot 4} \\
36\,800 &= 2300 \cdot \mathrm{e}^{k\cdot 4} \quad || : 2300 \\
16 &= \mathrm{e}^{k\cdot 4} \quad || \ln \\
\ln 16 &= k \cdot 4 \\
k &= (\ln 16)/4 = 0.6931
\end{aligned}
$$

$$A(4) = A(0) \cdot e^{k \cdot 4}$$

$$36\,800 = 2300 \cdot e^{k \cdot 4} \quad || : 2300$$

$$16 = e^{k \cdot 4} \quad || \ln$$

$$\ln 16 = k \cdot 4$$

$$k = (\ln 16)/4 = 0.6931$$

um 9:00:

$$A(4) = A(0) \cdot e^{k \cdot 4}$$

$$36\,800 = 2300 \cdot e^{k \cdot 4} \quad || : 2300$$

$$16 = e^{k \cdot 4} \quad || \ln$$

$$\ln 16 = k \cdot 4$$

$$k = (\ln 16)/4 = 0.6931$$

um 9:00:

$$A(1) = A(0) \cdot e^{k \cdot 1}$$

$$A(4) = A(0) \cdot e^{k \cdot 4}$$

$$36\,800 = 2300 \cdot e^{k \cdot 4} \quad || : 2300$$

$$16 = e^{k \cdot 4} \quad || \ln$$

$$\ln 16 = k \cdot 4$$

$$k = (\ln 16)/4 = 0.6931$$

um 9:00:

$$A(1) = A(0) \cdot e^{k \cdot 1} = 2300 \cdot e^{0.6931 \cdot 1}$$

$$
\begin{aligned}
A(4) &= A(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 4} \\
36\,800 &= 2300 \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 4} \quad || : 2300 \\
16 &= \mathrm{e}^{k \cdot 4} \quad || \ln \\
\ln 16 &= k \cdot 4 \\
k &= (\ln 16)/4 = 0.6931
\end{aligned}
$$

um 9:00:

$$A(1) = A(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 1} = 2300 \cdot \mathrm{e}^{0.6931 \cdot 1} = 4600\,\text{Bakterien}$$

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

$$N(5) = N(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 5} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

$$N(5) = N(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 5} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$1.56 \cdot 10^{16} = 5.2 \cdot 10^{20} \cdot \mathrm{e}^{-5k} \quad || : 5.2 \cdot 10^{20}$$

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

$$N(5) = N(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 5} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$1.56 \cdot 10^{16} = 5.2 \cdot 10^{20} \cdot \mathrm{e}^{-5k} \quad || : 5.2 \cdot 10^{20}$$

$$3 \cdot 10^{-5} = \mathrm{e}^{-5k} \quad || \ln$$

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

$$N(5) = N(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 5} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$1.56 \cdot 10^{16} = 5.2 \cdot 10^{20} \cdot \mathrm{e}^{-5k} \quad || : 5.2 \cdot 10^{20}$$

$$3 \cdot 10^{-5} = \mathrm{e}^{-5k} \quad || \ln$$

$$\ln(3 \cdot 10^{-5}) = -5k$$

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

$$
\begin{aligned}
N(5) &= N(0) \cdot \mathrm{e}^{-k\cdot 5} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)} \\
1.56 \cdot 10^{16} &= 5.2 \cdot 10^{20} \cdot \mathrm{e}^{-5k} \quad || : 5.2 \cdot 10^{20} \\
3 \cdot 10^{-5} &= \mathrm{e}^{-5k} \quad || \ln \\
\ln(3 \cdot 10^{-5}) &= -5k \\
k &= \frac{\ln(3 \cdot 10^{-5})}{-5} = 2.082
\end{aligned}
$$

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

$$N(5) = N(0) \cdot e^{-k \cdot 5} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$1.56 \cdot 10^{16} = 5.2 \cdot 10^{20} \cdot e^{-5k} \quad || : 5.2 \cdot 10^{20}$$

$$3 \cdot 10^{-5} = e^{-5k} \quad || \ln$$

$$\ln(3 \cdot 10^{-5}) = -5k$$

$$k = \frac{\ln(3 \cdot 10^{-5})}{-5} = 2.082$$

Nach 2 Stunden:

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

$$N(5) = N(0) \cdot e^{-k \cdot 5} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$1.56 \cdot 10^{16} = 5.2 \cdot 10^{20} \cdot e^{-5k} \quad || : 5.2 \cdot 10^{20}$$

$$3 \cdot 10^{-5} = e^{-5k} \quad || \ln$$

$$\ln(3 \cdot 10^{-5}) = -5k$$

$$k = \frac{\ln(3 \cdot 10^{-5})}{-5} = 2.082$$

Nach 2 Stunden: $N(2) = N(0) \cdot e^{-k \cdot 2} = 5.2 \cdot 10^{20} \cdot e^{-4.1657}$

Beispiel 2

Die Anzahl radioaktiver Atomkerne in einem Präparat nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experimentes waren $5.2 \cdot 10^{20}$ radioaktive Atomkerne vorhanden, nach 5 Stunden waren es noch deren $1.56 \cdot 10^{16}$. Wie viele radioaktive Atomkerne hatte es nach 2 Stunden?

$$N(5) = N(0) \cdot e^{-k \cdot 5} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$1.56 \cdot 10^{16} = 5.2 \cdot 10^{20} \cdot e^{-5k} \quad || : 5.2 \cdot 10^{20}$$

$$3 \cdot 10^{-5} = e^{-5k} \quad || \ln$$

$$\ln(3 \cdot 10^{-5}) = -5k$$

$$k = \frac{\ln(3 \cdot 10^{-5})}{-5} = 2.082$$

Nach 2 Stunden: $N(2) = N(0) \cdot e^{-k \cdot 2} = 5.2 \cdot 10^{20} \cdot e^{-4.1657}$

$$= 8.070 \cdot 10^{18} \text{ Atomkerne}$$

Beispiel 3

Ein Jungwald, in dem kein Holz geschlagen wird, wächst exponentiell. Der Waldbestand beträgt heute $72\,342\,\mathrm{m}^3$. Vor 12 Jahren betrug er $48\,128\,\mathrm{m}^3$.

(a) Welches war der Waldbestand heute vor 5 Jahren?

(b) Welches wird der Waldbestand in 7 Jahren sein?

Beispiel 3

Ein Jungwald, in dem kein Holz geschlagen wird, wächst exponentiell. Der Waldbestand beträgt heute $72\,342\,\mathrm{m}^3$. Vor 12 Jahren betrug er $48\,128\,\mathrm{m}^3$.

(a) Welches war der Waldbestand heute vor 5 Jahren?

(b) Welches wird der Waldbestand in 7 Jahren sein?

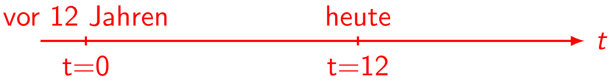
Beispiel 3

Ein Jungwald, in dem kein Holz geschlagen wird, wächst exponentiell. Der Waldbestand beträgt heute $72\,342\,\mathrm{m}^3$. Vor 12 Jahren betrug er $48\,128\,\mathrm{m}^3$.

(a) Welches war der Waldbestand heute vor 5 Jahren?

(b) Welches wird der Waldbestand in 7 Jahren sein?

Zeitstrahl:



$W(12) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 12} \quad$ (bekannte Werte einsetzen)

$W(12) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 12}$ (bekannte Werte einsetzen)

$72\,342 = 48\,128 \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 12} \quad || : 48\,128$

$$W(12) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 12} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$72\,342 = 48\,128 \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 12} \quad || : 48\,128$$

$$1.503 = \mathrm{e}^{k \cdot 12} \quad || \ln$$

$$W(12) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 12} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$72\,342 = 48\,128 \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 12} \quad || : 48\,128$$

$$1.503 = \mathrm{e}^{k \cdot 12} \quad || \ln$$

$$\ln 1.503 = k \cdot 12$$

$$
\begin{aligned}
W(12) &= W(0) \cdot e^{k \cdot 12} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)} \\
72\,342 &= 48\,128 \cdot e^{k \cdot 12} \quad || : 48\,128 \\
1.503 &= e^{k \cdot 12} \quad || \ln \\
\ln 1.503 &= k \cdot 12 \\
k &= \ln(1.503)/12 = 0.033961
\end{aligned}
$$

$$W(12) = W(0) \cdot e^{k \cdot 12} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$72\,342 = 48\,128 \cdot e^{k \cdot 12} \quad || : 48\,128$$

$$1.503 = e^{k \cdot 12} \quad || \ln$$

$$\ln 1.503 = k \cdot 12$$

$$k = \ln(1.503)/12 = 0.033961$$

vor 5 Jahren: $W(7) = 48\,128 \cdot e^{0.0333961 \cdot 7} = 61\,044\,\mathrm{m}^3$

$$W(12) = W(0) \cdot e^{k \cdot 12} \quad \text{(bekannte Werte einsetzen)}$$

$$72\,342 = 48\,128 \cdot e^{k \cdot 12} \quad || : 48\,128$$

$$1.503 = e^{k \cdot 12} \quad || \ln$$

$$\ln 1.503 = k \cdot 12$$

$$k = \ln(1.503)/12 = 0.033961$$

vor 5 Jahren: $W(7) = 48\,128 \cdot e^{0.0333961 \cdot 7} = 61\,044\,\mathrm{m}^3$

in 7 Jahren: $W(19) = 48\,128 \cdot e^{0.0333961 \cdot 19} = 91\,756\,\mathrm{m}^3$

Beispiel 4

In einem grösseren Gebiet der Alpen sollen wieder Steinböcke angesiedelt werden. Das Gebiet kann ca. 5000 Steinböcke ohne Störung des biologischen Gleichgewichtes ernähren. Es kann mit einem jährlichen Zuwachs von 6% gerechnet werden, und der maximale Bestand soll erst in 30 Jahren erreicht werden. Wie viele Tiere sind auszusetzen?

Beispiel 4

In einem grösseren Gebiet der Alpen sollen wieder Steinböcke angesiedelt werden. Das Gebiet kann ca. 5000 Steinböcke ohne Störung des biologischen Gleichgewichtes ernähren. Es kann mit einem jährlichen Zuwachs von 6% gerechnet werden, und der maximale Bestand soll erst in 30 Jahren erreicht werden. Wie viele Tiere sind auszusetzen?

Beispiel 4

In einem grösseren Gebiet der Alpen sollen wieder Steinböcke angesiedelt werden. Das Gebiet kann ca. 5000 Steinböcke ohne Störung des biologischen Gleichgewichtes ernähren. Es kann mit einem jährlichen Zuwachs von 6% gerechnet werden, und der maximale Bestand soll erst in 30 Jahren erreicht werden. Wie viele Tiere sind auszusetzen?

Zeitrechnung: heute ($t = 0$)

$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 1}$ (6% Zuwachs in einem Jahr!)

Beispiel 4

In einem grösseren Gebiet der Alpen sollen wieder Steinböcke angesiedelt werden. Das Gebiet kann ca. 5000 Steinböcke ohne Störung des biologischen Gleichgewichtes ernähren. Es kann mit einem jährlichen Zuwachs von 6% gerechnet werden, und der maximale Bestand soll erst in 30 Jahren erreicht werden. Wie viele Tiere sind auszusetzen?

Zeitrechnung: heute ($t = 0$)

$W(1) = W(0) \cdot e^{k \cdot 1}$ (6% Zuwachs in einem Jahr!)

$$1.06 = 1 \cdot e^{k \cdot 1} \qquad || \ln$$

Beispiel 4

In einem grösseren Gebiet der Alpen sollen wieder Steinböcke angesiedelt werden. Das Gebiet kann ca. 5000 Steinböcke ohne Störung des biologischen Gleichgewichtes ernähren. Es kann mit einem jährlichen Zuwachs von 6% gerechnet werden, und der maximale Bestand soll erst in 30 Jahren erreicht werden. Wie viele Tiere sind auszusetzen?

Zeitrechnung: heute ($t = 0$)

$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 1}$ (6% Zuwachs in einem Jahr!)

$$1.06 = 1 \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 1} \qquad || \ln$$

$$k = \ln 1.06 = 0.0582689$$

in 30 Jahren: $S(30) = S(0) \cdot \mathrm{e}^{0.0582689 \cdot 30}$ (nach $S(0)$ auflösen)

Beispiel 4

In einem grösseren Gebiet der Alpen sollen wieder Steinböcke angesiedelt werden. Das Gebiet kann ca. 5000 Steinböcke ohne Störung des biologischen Gleichgewichtes ernähren. Es kann mit einem jährlichen Zuwachs von 6% gerechnet werden, und der maximale Bestand soll erst in 30 Jahren erreicht werden. Wie viele Tiere sind auszusetzen?

Zeitrechnung: heute ($t = 0$)

$W(1) = W(0) \cdot e^{k \cdot 1}$ (6% Zuwachs in einem Jahr!)

$$1.06 = 1 \cdot e^{k \cdot 1} \qquad || \ln$$

$$k = \ln 1.06 = 0.0582689$$

in 30 Jahren: $S(30) = S(0) \cdot e^{0.0582689 \cdot 30}$ (nach $S(0)$ auflösen)

$$S(0) = S(30)/e^{0.0582689 \cdot 30}$$

Beispiel 4

In einem grösseren Gebiet der Alpen sollen wieder Steinböcke angesiedelt werden. Das Gebiet kann ca. 5000 Steinböcke ohne Störung des biologischen Gleichgewichtes ernähren. Es kann mit einem jährlichen Zuwachs von 6% gerechnet werden, und der maximale Bestand soll erst in 30 Jahren erreicht werden. Wie viele Tiere sind auszusetzen?

Zeitrechnung: heute ($t = 0$)

$$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 1} \quad \text{(6\% Zuwachs in einem Jahr!)}$$

$$1.06 = 1 \cdot \mathrm{e}^{k \cdot 1} \qquad || \ln$$

$$k = \ln 1.06 = 0.0582689$$

in 30 Jahren: $S(30) = S(0) \cdot \mathrm{e}^{0.0582689 \cdot 30}$ (nach $S(0)$ auflösen)

$$S(0) = S(30)/\mathrm{e}^{0.0582689 \cdot 30}$$

$$S(0) = 5000/5.74349 \approx 870 \text{ Steinböcke}$$

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.

(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.
(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.
(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 1} \quad$ (20% Wertminderung pro Jahr)

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.
(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-k\cdot 1} \quad (20\% \text{ Wertminderung pro Jahr})$

$0.8 = 1 \cdot \mathrm{e}^{-k} \quad || \ln$

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.
(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

$$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 1} \quad \text{(20\% Wertminderung pro Jahr)}$$

$$0.8 = 1 \cdot \mathrm{e}^{-k} \quad || \ln$$

$$k = -\ln 0.8 = 0.2231$$

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.
(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 1}$ (20% Wertminderung pro Jahr)

$$0.8 = 1 \cdot \mathrm{e}^{-k} \quad || \ln$$

$$k = -\ln 0.8 = 0.2231$$

Wert in 5 Jahren: $W(5) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-0.2231 \cdot 5} = 8192$ Fr.

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.
(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 1}$ (20% Wertminderung pro Jahr)

$$0.8 = 1 \cdot \mathrm{e}^{-k} \quad || \ln$$

$$k = -\ln 0.8 = 0.2231$$

Wert in 5 Jahren: $W(5) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-0.2231 \cdot 5} = 8192$ Fr.

Halbwertszeit $T_{1/2}$: $12\,500 = 25\,000 \cdot \mathrm{e}^{-0.2231 \cdot T_{1/2}} \quad || : 25\,000$

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.
(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 1}$ (20% Wertminderung pro Jahr)

$$0.8 = 1 \cdot \mathrm{e}^{-k} \quad || \ln$$

$$k = -\ln 0.8 = 0.2231$$

Wert in 5 Jahren: $W(5) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-0.2231 \cdot 5} = 8192$ Fr.

Halbwertszeit $T_{1/2}$: $12\,500 = 25\,000 \cdot \mathrm{e}^{-0.2231 \cdot T_{1/2}} \quad || : 25\,000$

$$0.5 = \mathrm{e}^{-0.2231 \cdot T_{1/2}}$$

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.

(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

$W(1) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot 1} \quad$ (20% Wertminderung pro Jahr)

$$0.8 = 1 \cdot \mathrm{e}^{-k} \quad || \ln$$

$$k = -\ln 0.8 = 0.2231$$

Wert in 5 Jahren: $W(5) = W(0) \cdot \mathrm{e}^{-0.2231 \cdot 5} = 8192$ Fr.

Halbwertszeit $T_{1/2}$: $12\,500 = 25\,000 \cdot \mathrm{e}^{-0.2231 \cdot T_{1/2}} \quad || : 25\,000$

$$0.5 = \mathrm{e}^{-0.2231 \cdot T_{1/2}}$$

$$\ln 0.5 = -0.2231 \cdot T_{1/2}$$

Beispiel 5

Ein Auto verliert jedes Jahr an Wert. Der Autohandel geht (bei einem bestimmten Fahrzeugtyp und mittlerer Fahrleistung) von 20% Wertminderung pro Jahr aus. Der Neupreis beträgt 25 000 Fr.

(a) Berechne den Wert des Autos nach 5 Jahren.
(b) In wie vielen Jahren halbiert sich der Wert des Autos?.

$W(1) = W(0) \cdot e^{-k \cdot 1}$ (20% Wertminderung pro Jahr)

$$0.8 = 1 \cdot e^{-k} \quad || \ln$$

$$k = -\ln 0.8 = 0.2231$$

Wert in 5 Jahren: $W(5) = W(0) \cdot e^{-0.2231 \cdot 5} = 8192$ Fr.

Halbwertszeit $T_{1/2}$: $12\,500 = 25\,000 \cdot e^{-0.2231 \cdot T_{1/2}} \quad || : 25\,000$

$$0.5 = e^{-0.2231 \cdot T_{1/2}}$$

$$\ln 0.5 = -0.2231 \cdot T_{1/2}$$