

**Aufgabe 1**

Bestimme den Mittelpunkt und den Radius der Kugel  $k$ .

(a)  $k: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 10z + 26 = 0$

(b)  $k: x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 6z + 9 = 0$

(c)  $k: x^2 + y^2 + z^2 - 14x + 4y + 53 = 0$

(d)  $k: 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 6y - 4z - 11 = 0$

(e)  $k: 36x^2 + 36y^2 + 36z^2 + 48x - 108y + 60z - 103 = 0$

## Aufgabe 2

Ermittle die Schnittpunkte der Kugel  $k$  mit der Geraden  $g$  durch  $P$  und  $Q$ .

(a)  $k: x^2 + y^2 + z^2 = 41; \quad P(5, 2, 1), Q(6, -1, 2)$

(b)  $k: x^2 + y^2 + z^2 = 29; \quad P(4, -1, 1), Q(5, 2, 0)$

(c)  $k: (x - 2)^2 + (y + 5)^2 + z^2 = 81; \quad P(9, 5, 16), Q(14, 7, 21)$

(d)  $k: (x + 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 49; \quad P(6, 0, 0), Q(4, 1, 0)$

### Aufgabe 3

Bestimme die Gleichung der Kugel  $k$  mit dem Durchmesser  $\overline{AB}$ .

(a)  $A(1, -3, 0), B(5, 1, 4)$

(b)  $A(3, 0, -2), B(1, 6, 4)$

### Aufgabe 4

Gegeben sind die Kugeln

$$k_1: (x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 54$$

und

$$k_2: x^2 + y^2 + z^2 - 22x - 4y + 10z + 126 = 0.$$

(a) Zeige, dass sich  $k_1$  und  $k_2$  berühren.

(b) Bestimme den Berührungspunkt.

### Aufgabe 5

Wie lautet die Gleichung der Kugel mit dem Mittelpunkt  $M$ , welche die Ebene  $\varepsilon$  berührt?

(a)  $M(6, 5, -3)$ ,  $\varepsilon: x - 2y + 2z + 4 = 0$

(b)  $M(-4, 30, -5)$ ,  $\varepsilon: 5x - 14y + 2z = 0$

### Aufgabe 6

Bestimme die Gleichungen der Kugeln mit dem Mittelpunkt  $M$ , welche die gegebene Kugel  $k$  berühren?

(a)  $M(9, 1, 5)$ ,  $k: (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 49$

(b)  $M(5, 4, 6)$ ,  $k: (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$

### Aufgabe 7

Die Kugel  $k: x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 22z - 103 = 0$  schneidet die Ebene  $\varepsilon: 2x + 2y - z - 18 = 0$  in einem Kreis. Bestimme den Mittelpunkt und den Radius dieses Kreises.

### Aufgabe 8

Der Punkt  $P(3, 1, -2)$  liegt auf einer Kugel  $k$  mit dem Radius  $r = 3$ . Der Mittelpunkt der Kugel liegt auf der Geraden durch  $A(1, 5, -3)$  und  $B(0, 7, -2)$ .

Wie lautet die Kugelgleichung?

### Aufgabe 9

Bestimme die Gleichungen der Kugeln mit gegebenem Radius  $r$ , welche die Ebene  $ABC$  im Punkt  $P$  berühren.

(a)  $r = 18$ ,  $A(0, -2, 4)$ ,  $B(-1, 2, -2)$ ,  $C(-10, 6, 0)$ ,  $P(3, -2, z)$

(b)  $r = 42$ ,  $A(6, 1, 0)$ ,  $B(0, -3, 7)$ ,  $C(-3, -3, 1)$ ,  $P(10, y, 8)$

### Aufgabe 10

Der Punkt  $P$  liegt auf der Kugel, die durch den Mittelpunkt  $M$  und den Radius  $r$  gegeben ist. Wie heisst die Gleichung der Tangentialebene der Kugel im Punkt  $P$ ?

(a)  $M(1, -3, 0)$ ,  $r = 5$ ,  $P(1, 1, -3)$

(b)  $M(3, 0, 1)$ ,  $r = 5$ ,  $P(3, -4, -2)$

### Aufgabe 11

Bestimme die Gleichungen der Tangentialebenen an die Kugel  $k$ , die parallel zur Ebene  $\varepsilon$  sind.

(a)  $k: (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 49$ ,  $\varepsilon: 3x + 2y - 6z = 0$

(b)  $k: x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2z - 64 = 0$ ,  $\varepsilon: 2x - 2y + z - 7 = 0$

## Aufgabe 12

Ein von der Quelle  $Q(5, 38, -7)$  in Richtung  $P(3, 22, -6)$  ausgehender Lichtstrahl wird an der Kugel  $k: (x - 3)^2 + (y + 8)^2 + z^2 = 225$  reflektiert.

- (a) Welche Koordinaten hat der Reflexionspunkt  $R$ ?
- (b) Bestimme eine Parametergleichung des reflektierten Lichtstrahls.
- (c) Wie gross ist der Winkel zwischen den Strahlen im Punkt  $R$ ?