
Vektorgeometrie (I)

Übungen

Version vom 31. Januar 2022

Aufgabe 1.1

Was ist ein Vektor?

Aufgabe 1.2

Wahr oder falsch?

\overrightarrow{AB} und \overrightarrow{BA} sind Repräsentanten des gleichen Vektors.

Aufgabe 1.3

Wahr oder falsch?

Zu einem Vektor \vec{a} gibt es unendlich viele Repräsentanten mit dem Anfangspunkt P .

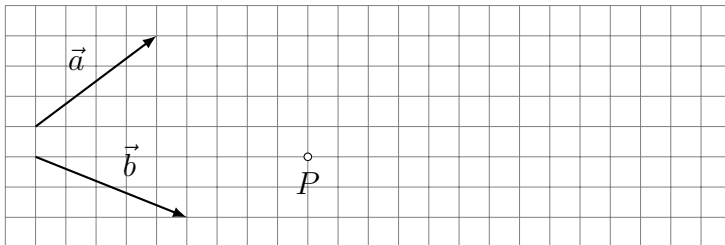
Aufgabe 1.4

Wahr oder falsch?

Verbindet man die Anfangspunkte und die Endpunkte zweier Repräsentanten desselben Vektors miteinander, so erhält man ein Parallelogramm.

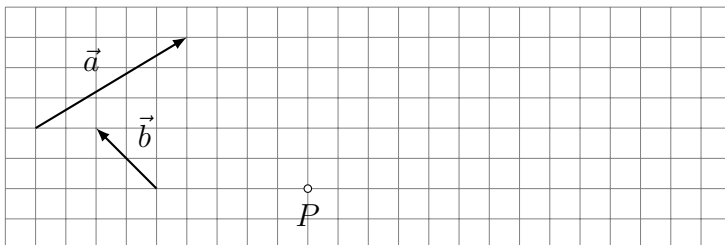
Aufgabe 1.5

Konstruiere aus den Repräsentanten von \vec{a} und \vec{b} den Repräsentanten von $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ mit dem Anfangspunkt P .



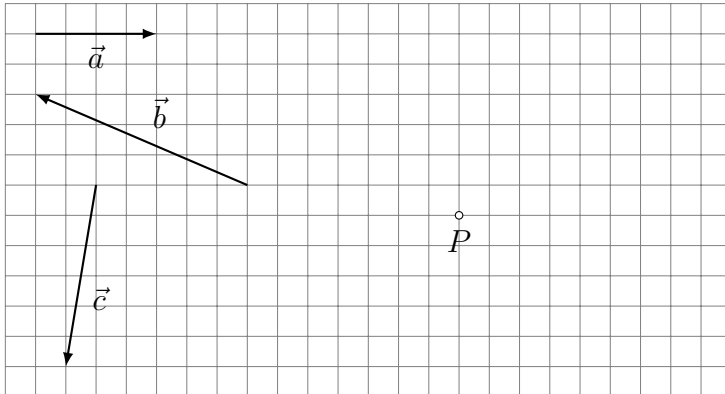
Aufgabe 1.6

Konstruiere aus den Repräsentanten von \vec{a} und \vec{b} den Repräsentanten von $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ mit dem Anfangspunkt P .



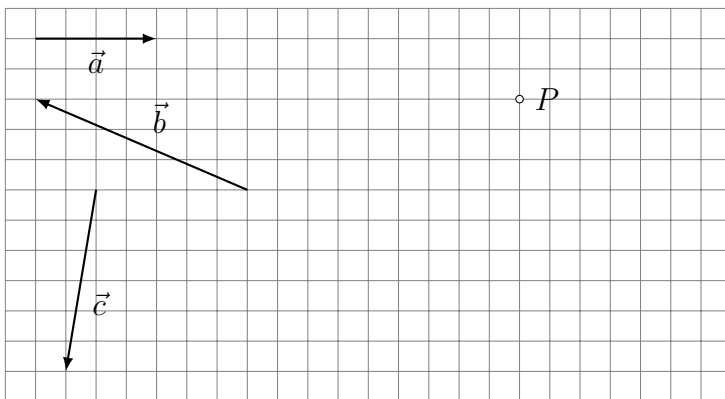
Aufgabe 1.7

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} den Repräsentanten von $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ mit dem Anfangspunkt P .



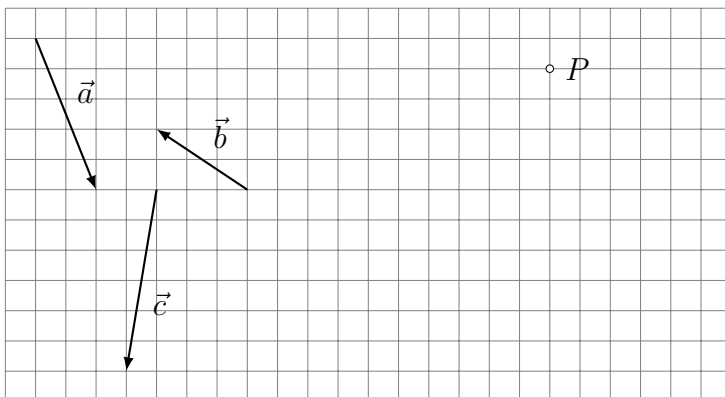
Aufgabe 1.8

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} den Repräsentanten von $\vec{d} = \vec{c} + \vec{a} + \vec{b}$ mit dem Anfangspunkt P .



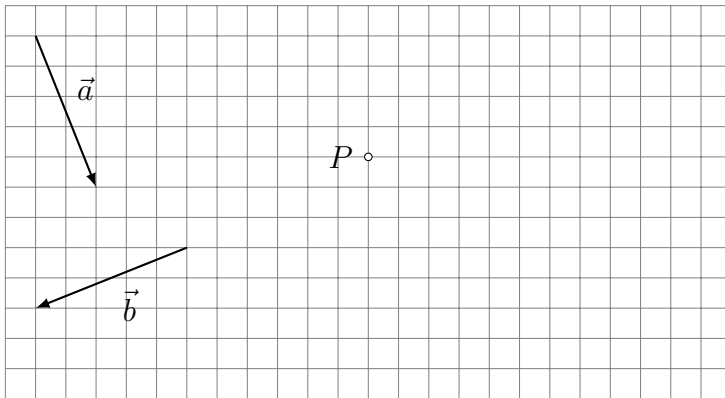
Aufgabe 1.9

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} den Repräsentanten von $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{b}$ mit dem Anfangspunkt P .



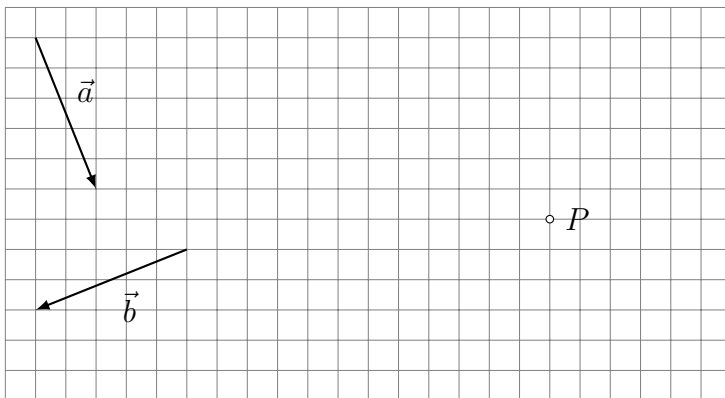
Aufgabe 1.10

Konstruiere aus den Repräsentanten von \vec{a} und \vec{b} den Repräsentanten von $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ mit dem Anfangspunkt P .



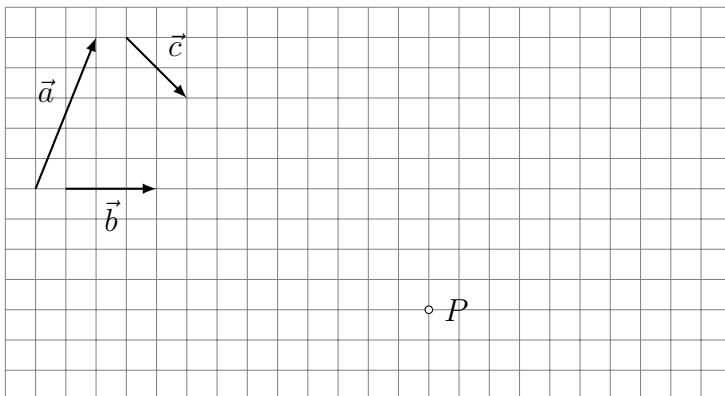
Aufgabe 1.11

Konstruiere aus den Repräsentanten von \vec{a} und \vec{b} den Repräsentanten von $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$ mit dem Anfangspunkt P .



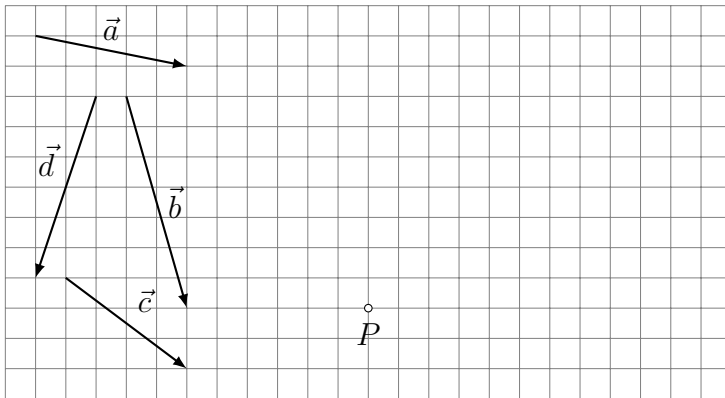
Aufgabe 1.12

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} den Repräsentanten von $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ mit dem Anfangspunkt P .



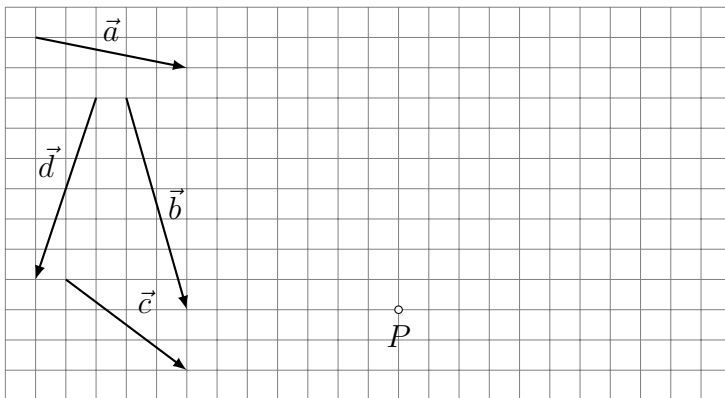
Aufgabe 1.13

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} und \vec{d} den Repräsentanten von $\vec{e} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c} - \vec{d}$ mit dem Anfangspunkt P .



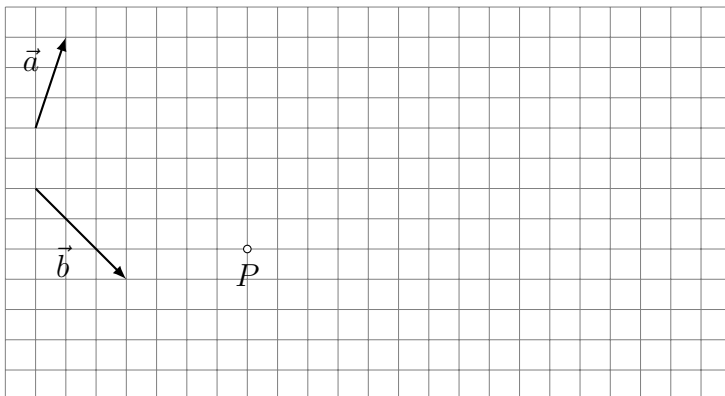
Aufgabe 1.14

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} und \vec{d} den Repräsentanten von $\vec{e} = \vec{a} - (\vec{b} + \vec{c} - \vec{d})$ mit dem Anfangspunkt P .



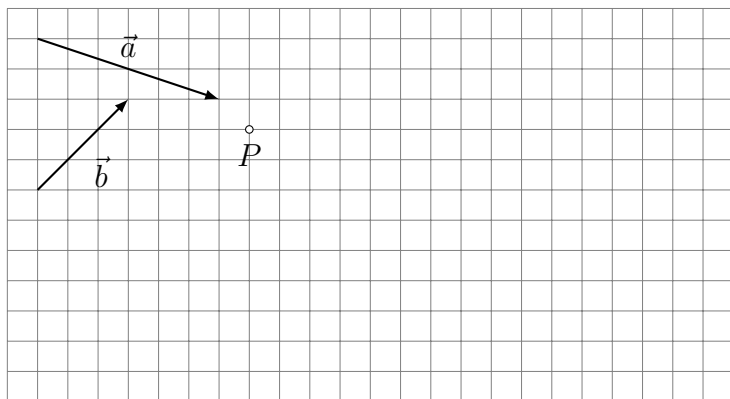
Aufgabe 1.15

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} und \vec{b} den Repräsentanten von $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ mit dem Anfangspunkt P .



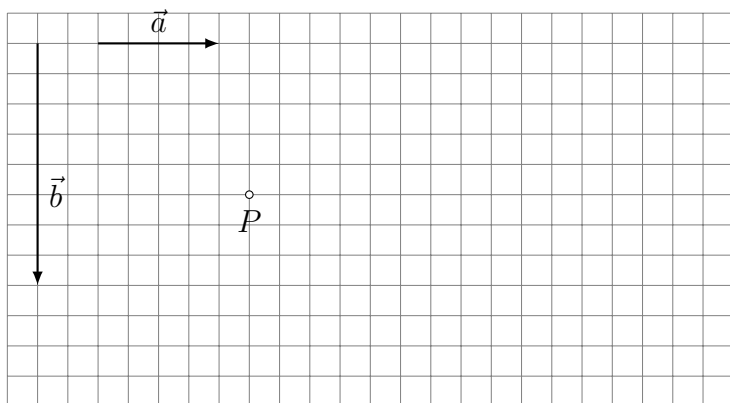
Aufgabe 1.16

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} und \vec{b} den Repräsentanten von $\vec{c} = \frac{3}{2}\vec{a} + \frac{5}{3}\vec{b}$ mit dem Anfangspunkt P .



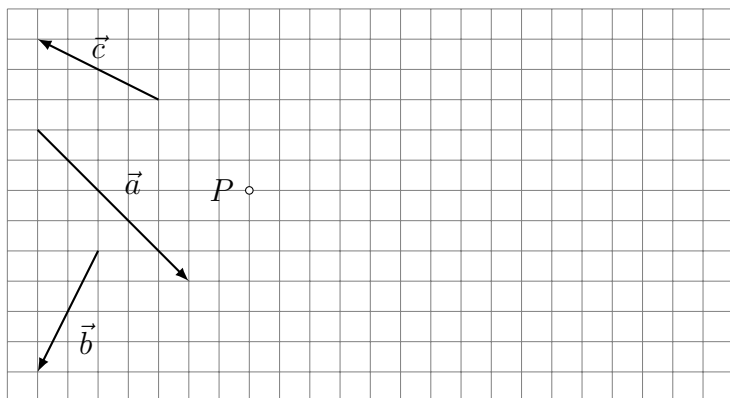
Aufgabe 1.17

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} und \vec{b} den Repräsentanten von $\vec{c} = \frac{7}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ mit dem Anfangspunkt P .



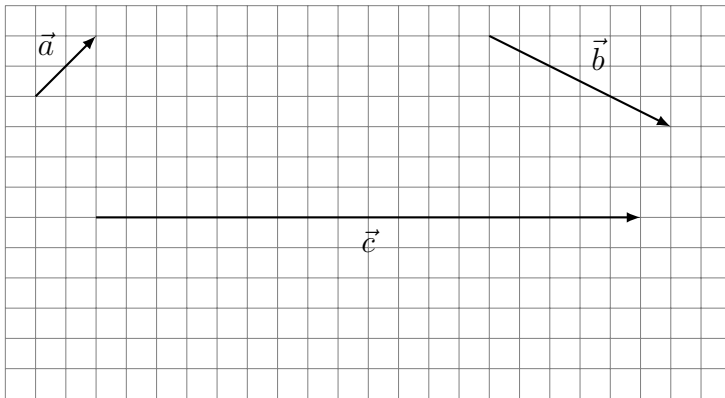
Aufgabe 1.18

Konstruiere aus den Repräsentanten der Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} den Repräsentanten von $\vec{d} = \frac{2}{5}\vec{a} - \frac{1}{2}(3\vec{b} + 5\vec{c})$ mit dem Anfangspunkt P .



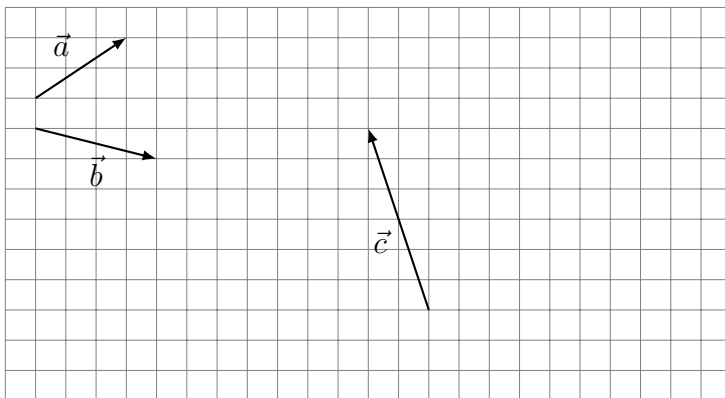
Aufgabe 1.19

Zerlege den Vektor \vec{c} konstruktiv nach den Vektoren \vec{a} und \vec{b} und bestimme die Zahlen α und β , für die $\vec{c} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b}$ gilt.



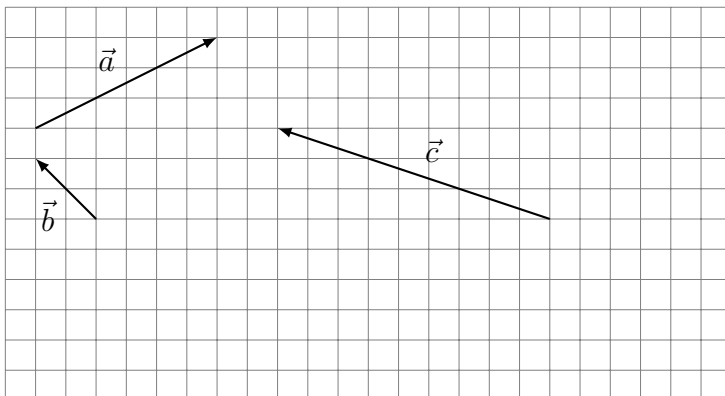
Aufgabe 1.20

Zerlege den Vektor \vec{c} konstruktiv nach den Vektoren \vec{a} und \vec{b} und bestimme die Zahlen α und β , für die $\vec{c} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b}$ gilt.



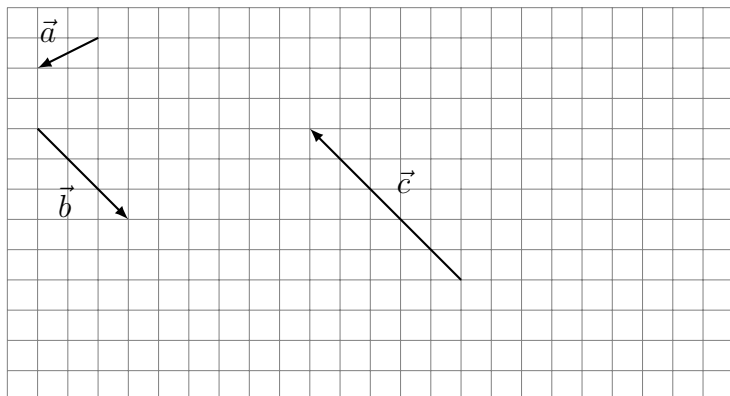
Aufgabe 1.21

Zerlege den Vektor \vec{c} konstruktiv nach den Vektoren \vec{a} und \vec{b} und bestimme die Zahlen α und β , für die $\vec{c} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b}$ gilt.



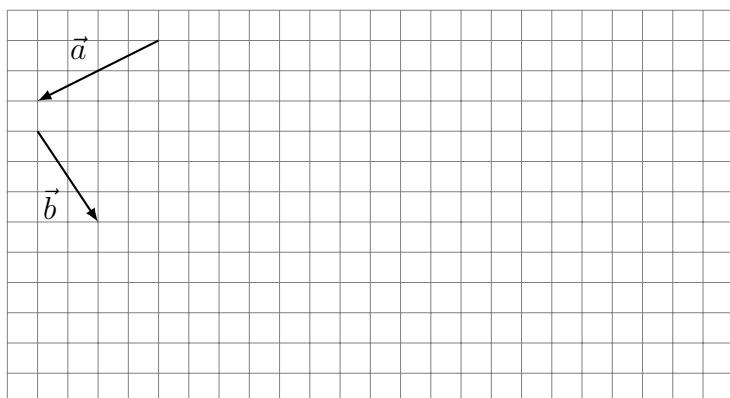
Aufgabe 1.22

Zerlege den Vektor \vec{c} konstruktiv nach den Vektoren \vec{a} und \vec{b} und bestimme die Zahlen α und β , für die $\vec{c} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b}$ gilt.



Aufgabe 1.23

Bestimme durch Konstruktion einen Repräsentanten des Vektors \vec{x} , der die Gleichung $\frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b} + \vec{x} = \vec{0}$ erfüllt.



Aufgabe 1.24

Löse die Vektorgleichung formal nach \vec{x} auf.

$$3\vec{x} - 2\vec{a} + \vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{x} + 4\vec{a}) - 3\vec{b}$$

Aufgabe 1.25

Löse die Vektorgleichung formal nach \vec{x} auf.

$$\frac{1}{2}(2\vec{x} + \vec{b}) - \frac{3}{4}(3\vec{a} - \vec{x}) = \frac{1}{4}(4\vec{a} + \vec{b}) + \vec{x}$$

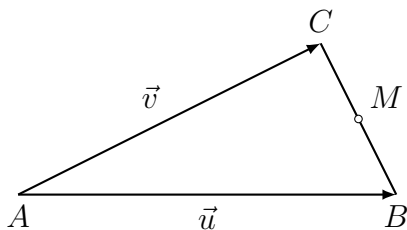
Aufgabe 1.26

Löse die Vektorgleichung formal nach \vec{x} auf.

$$2(\vec{x} - \vec{a}) - 3(2\vec{a} - 5\vec{b}) = \frac{1}{2}(\vec{x} - 2\vec{b})$$

Aufgabe 1.27

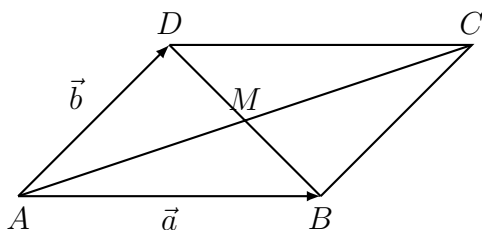
Im Dreieck ABC sind die Vektoren $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ gegeben. Der Punkt M ist Mittelpunkt der Seite BC .



Drücke die Vektoren \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{AM} und \overrightarrow{MA} möglichst einfach durch \vec{u} und \vec{v} aus.

Aufgabe 1.28

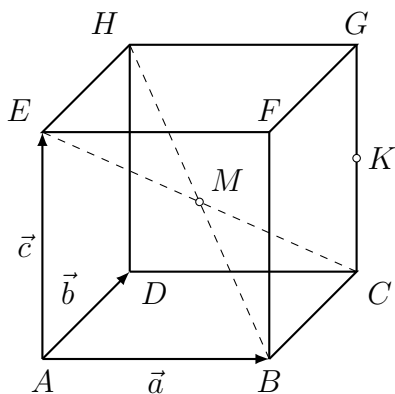
Ein Parallelogramm $ABCD$ wird durch $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ und $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ aufgespannt.



Drücke die Vektoren \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{AM} und \overrightarrow{MB} möglichst einfach durch \vec{a} und \vec{b} aus.

Aufgabe 1.29

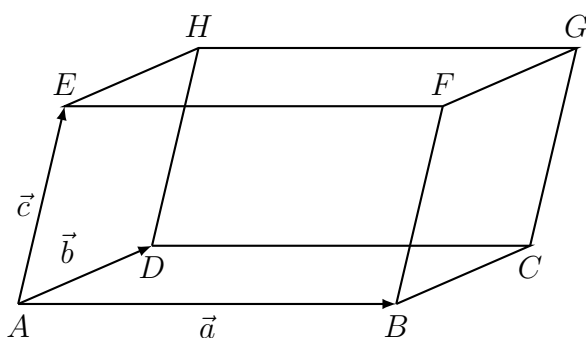
Ein Würfel ist durch die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} gegeben. M ist die Würfelmitte und K ein Kantenmittelpunkt.



Drücke die Vektoren \overrightarrow{CE} , \overrightarrow{FD} , \overrightarrow{CM} , \overrightarrow{EK} und \overrightarrow{MK} möglichst einfach durch \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} aus.

Aufgabe 1.30

Durch die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} wird ein *Spat* aufgespannt.



Drücke die Vektoren \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BG} , \overrightarrow{AF} , \overrightarrow{EC} , \overrightarrow{AG} und \overrightarrow{HF} möglichst einfach durch \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} aus.

Aufgabe 1.31

Vereinfache den Ausdruck $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$ so weit wie möglich.

Aufgabe 1.32

Vereinfache den Ausdruck $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ so weit wie möglich.

Aufgabe 1.33

Vereinfache den Ausdruck $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD}$ so weit wie möglich.

Aufgabe 1.34

Vereinfache den Ausdruck $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP}$ so weit wie möglich.

Aufgabe 1.35

Vereinfache den Ausdruck $\overrightarrow{XY} - \overrightarrow{YX}$ so weit wie möglich.

Aufgabe 1.36

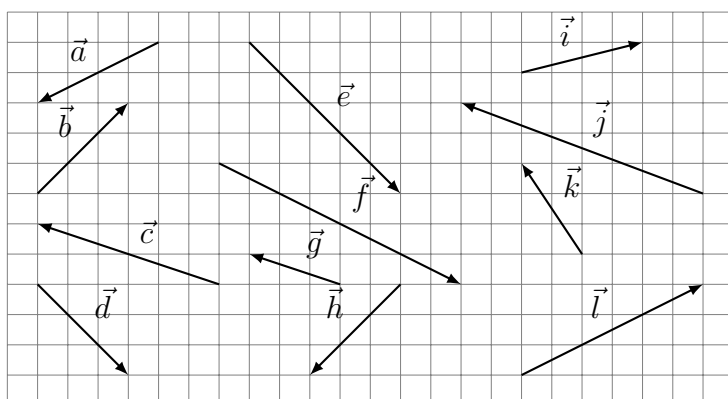
Beweise, dass in jedem Dreieck ABC mit dem Schwerpunkt S die Vektorgleichung $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \vec{0}$ erfüllt ist.

Aufgabe 1.37

Zeige vektoriell, dass die Mittellinie im Dreieck parallel zur Grundlinie und halb so lang wie diese ist.

Aufgabe 2.1

Gib alle Paare kollinearier Vektoren in der Form $\vec{u} = k \cdot \vec{v}$ an.



Aufgabe 2.2

Beweise, dass sich in einem Parallelogramm die Diagonalen halbieren.

Aufgabe 2.3

Im Dreieck ABC teilt der Punkt D die Strecke AB im Verhältnis $1 : 2$ und der Punkt E die Strecke AC im Verhältnis $3 : 2$. Die Strecken BE und CD schneiden sich im Punkt F .

Skizziere die Figur und bestimme, in welchem Verhältnis der Punkt F die Strecken BE und CD teilt.

Aufgabe 2.4

Im Dreieck ABC teilt der Punkt D die Seite AC im Verhältnis $1 : 3$ und der Punkt E die Strecke BC im Verhältnis $2 : 1$. Die Strecken BD und AE schneiden sich im Punkt F .

Skizziere die Figur und bestimme, in welchem Verhältnis der Punkt F die Strecken BD und AE teilt.

Aufgabe 2.5

In einem Quadrat $ABCD$ teilt der Punkt E die Seite BC im Verhältnis $1 : 3$ und der Punkt F die Seite CD im Verhältnis $1 : 2$. Die Strecken AF und DE schneiden sich im Punkt G .

Skizziere die Figur und bestimme, in welchem Verhältnis der Punkt G die Strecken AF und DE teilt.

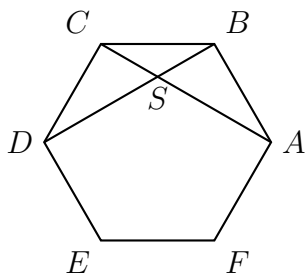
Aufgabe 2.6

Gegeben ist ein Dreieck ABC . M ist die Mitte der Strecke AB . Der Punkt T teilt die Strecke AM im Verhältnis $3 : 1$. Die Strecke CD geht durch T .

In welchem Verhältnis wird die Strecke CD von T geteilt?

Aufgabe 2.7

Gegeben ist das regelmässige Sechseck $ABCDEF$.



Bestimme das Verhältnis, in dem sich die Strecken AC und BD teilen.

Aufgabe 2.8

In einem Viereck $ABCD$ gilt für die Diagonale AC :

$$\overrightarrow{AC} = \frac{2}{5} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{4}{3} \cdot \overrightarrow{AD}$$

Skizziere ein solches Viereck $ABCD$. In welchen Verhältnissen teilen sich die Diagonalen AC und BD ?

Aufgabe 3.1

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$

Gesucht: Komponentendarstellung von $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$

Aufgabe 3.2

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Gesucht: Komponentendarstellung von $\vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$

Aufgabe 3.3

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \end{pmatrix}$

Gesucht: Komponentendarstellung von $\vec{v} = -6\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

Aufgabe 3.4

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Gesucht: Komponentendarstellung von $\vec{v} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

Aufgabe 3.5

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$

Gesucht: Komponentendarstellung von $\vec{v} = \vec{a} - 2(\vec{b} - \vec{c})$

Aufgabe 3.6

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Gesucht: Komponentendarstellung von $\vec{v} = 4\vec{a} + 3(\vec{b} - 2\vec{c})$

Aufgabe 3.7

Für welche Werte der Variablen entsteht eine wahre Aussage?

$$\begin{pmatrix} 4 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 2y \end{pmatrix}$$

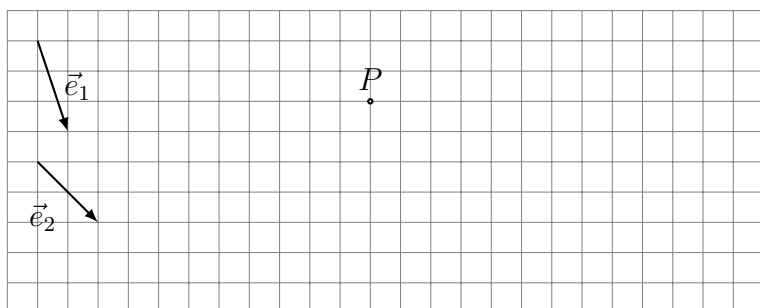
Aufgabe 3.8

Für welche Werte der Variablen entsteht eine wahre Aussage?

$$\begin{pmatrix} x \\ -3 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2y \\ 2 \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 3z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2x \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \right]$$

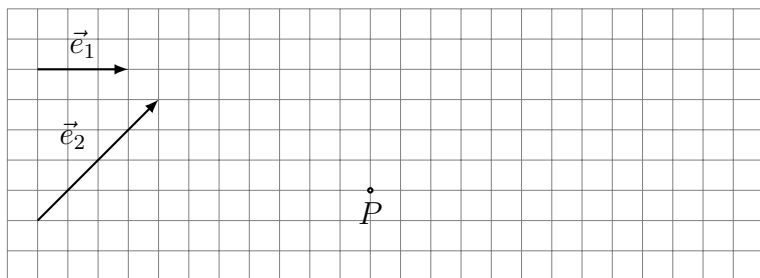
Aufgabe 3.9

Zeichne, ausgehend vom Punkt P , einen Repräsentanten von $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ bezüglich der Basis \vec{e}_1, \vec{e}_2 .



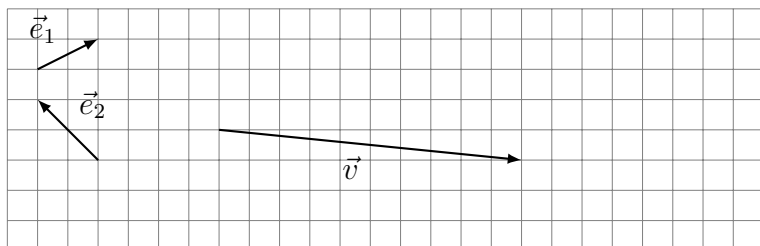
Aufgabe 3.10

Zeichne, ausgehend vom Punkt P , einen Repräsentanten von $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4/3 \\ 5/4 \end{pmatrix}$ bezüglich der Basis \vec{e}_1, \vec{e}_2 .



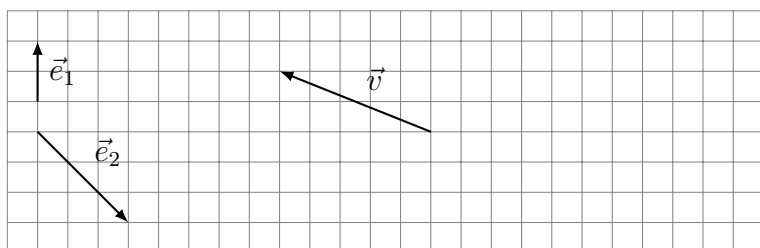
Aufgabe 3.11

Zerlege den Vektor \vec{v} in seine vektoriellen Komponenten bezüglich der Basis \vec{e}_1, \vec{e}_2 .



Aufgabe 3.12

Zerlege den Vektor \vec{v} in seine vektoriellen Komponenten bezüglich der Basis \vec{e}_1, \vec{e}_2 .



Aufgabe 3.13

Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für welchen Vektor \vec{x} gilt $\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} - 7\vec{d} + 2\vec{x} = \vec{0}$?

Aufgabe 3.14

Sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \\ 20 \end{pmatrix}$ linear abhängig?

Aufgabe 3.15

Sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$ linear abhängig?

Aufgabe 3.16

Sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 16 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \\ -24 \end{pmatrix}$ linear abhängig?

Aufgabe 3.17

Sind $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ linear abhängig?

Aufgabe 3.18

Sind $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ linear abhängig?

Aufgabe 3.19

Drücke $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ 14 \end{pmatrix}$ durch $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ aus.

Aufgabe 3.20

Drücke $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix}$ durch $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ aus.

Aufgabe 3.21

Drücke $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ durch $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ aus.