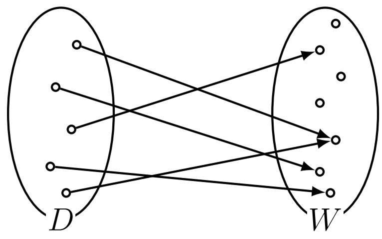
Aufgabe 1

Eine Funktion oder Abbildung ist eine Vorschrift, die *jedem* Element einer Definitionsmenge D *genau ein* Element einer Wertemenge W zuordnet.



Aufgabe 2

Eine reelle Zahlenfolge ist eine Funktion a, die jeder natürlichen Zahl n eine reelle Zahl $a(n)$ zuordnet. Anstelle von $a(n)$ schreibt man kürzer a_n.

Aufgabe 3

Eine Folge (a_n) ist *explizit* definiert, wenn sich das n-te Folgeglied $a(n)$ bzw. a_n mit einer Formel direkt aus dem Index n berechnen lässt.

Beispiele:

- $a_n = 4 + (n - 1) \cdot 5$ (AF)
- $a_n = 3 + (-2)^{n-1}$ (GF)
- $a_n = 10^n - 1$ (weder AF noch GF)

Aufgabe 4

Eine Folge (a_n) ist *rekursiv* definiert, wenn ein oder mehrere Anfangsglieder und eine Vorschrift gegeben sind, so dass sich mit der Vorschrift alle weiteren Folgeglieder *rekursiv* aus den jeweiligen Vorgängern berechnen lassen.

Beispiele:

- $a_1 = 3$; $a_{n+1} = a_n + 5$
- $a_1 = 1$; $a_{n+1} = 2a_n + n$
- $a_1 = 2$, $a_2 = 3$; $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

Aufgabe 5

rekursive Definition der Fibonacci-Folge:

$a_1 = 1,\ a_2 = 1;\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad$ oder: $a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$

Aufgabe 6

$$\begin{array}{llllll} a_1 = 1, & a_2 = 3, & a_3 = 5, & a_4 = 7, & a_5 = 9, & \ldots \\ s_1 = 1, & s_2 = 4, & s_3 = 9, & s_4 = 16, & s_5 = 25, & \ldots \end{array}$$

Aufgabe 7

$$\sum_{i=5}^{11} 3 = \underbrace{3+3+3+3+3+3+3}_{11-5+1=7 \text{ Summanden}} = 7 \cdot 3 = 21$$

Aufgabe 8

$$\prod_{k=3}^{5} k = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$$

Aufgabe 9

$2 + 3 + 4 + \cdots + 15 + 16 + 17$

besteht aus $\dfrac{17-2}{1} + 1 = 16$ Summanden

Aufgabe 10

$3 + 13 + 23 + \cdots + 73 + 83 + 93$

besteht aus $\dfrac{93-3}{10} + 1 = 10$ Summanden

Aufgabe 11

$60 + 58 + 56 + \cdots + 14 + 12 + 10$

besteht aus $\dfrac{10-60}{-2} + 1 = \dfrac{-50}{-2} + 1 = 26$ Summanden

Aufgabe 12

Eine AF ist eine Folge, bei der die Differenz d aufeinanderfolgender Glieder konstant ist. Formal:

- explizit: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ für alle $n \in \mathbb{N}$
- rekursiv: a_1; $a_{n+1} = a_n + d$ für alle $n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 13

Es handelt sich um eine AF mit $a_1 = 11$ und $d = 4$

oder: $a_n = 11 \cdot (n-1) \cdot 4$

Aufgabe 14

$s_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$ oder $s_n = n \cdot a_1 + \dfrac{n(n-1)d}{2}$

Aufgabe 15

Eine GF ist eine Folge, bei der der Quotient q aufeinanderfolgender Glieder konstant ist. Formal:

- explizit: $a_n = a_1 q^{n-1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$
- rekursiv: a_1; $a_{n+1} = a_n \cdot q$ für alle $n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 16

Es handelt sich um eine (alternierende) GF mit $a_1 = 5$ und $q = -2$

oder: $a_n = 5 \cdot (-2)^{n-1}$

Aufgabe 17

$s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \cdot \dfrac{1 - q^n}{1 - q}$

Aufgabe 18

Für $|q| < 1$ gilt $s = a_1 \cdot \dfrac{1}{1-q} = \dfrac{a_1}{1-q}$