

Aufgabe 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

Aufgabe 2

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$$

Aufgabe 3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 = 1$$

Aufgabe 4

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 1) = \infty$$

Aufgabe 5

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \text{ ist divergent}$$

Aufgabe 6

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 = 2$$

Aufgabe 7

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$$

Aufgabe 8

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{n} \right) = 2 - 0 = 2$$

Aufgabe 9

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{1+n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty$$

Aufgabe 10

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n}{2n^2+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2+n)/n^2}{(2n^2+1)/n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+1/n}{2+1/n^2} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 11

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 2}{n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n + 2)/n^2}{(n^2 + 4)/n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3/n + 2/n^2}{1 + 4/n^2} = \frac{0}{1} = 0$$

Aufgabe 12

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 0.8^n = 0$$

Aufgabe 13

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 1.1^n = \infty$$

Aufgabe 14

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-0.8)^n = 0$$

Aufgabe 15

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1.8)^n \text{ ist divergent}$$

Aufgabe 16

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2} - 0.5^n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2} - \lim_{n \rightarrow \infty} 0.5^n = \sqrt{2} - 0 = \sqrt{2}$$

Aufgabe 17

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7}{2^n} = 0$$

Die Exponentialfunktionen (2^n) wächst schneller als die Potenzfunktion (n^7).

Aufgabe 18

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n^5} = \infty$$

Die Exponentialfunktionen (3^n) wächst schneller als die Potenzfunktion (n^5).

Aufgabe 19

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2(n)}{n} = 0$$

Der Nenner (n) wächst schneller als der Zähler ($\log_2(n)$).

Aufgabe 20

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\log_2(n)} = \infty$$

Der Zähler (n) wächst schneller als der Nenner ($\log_2(n)$).

Aufgabe 21

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty$$

Aufgabe 22

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1 - n}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 23

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n} - \sqrt{n+2})(\sqrt{n} + \sqrt{n+2})}{\sqrt{n} + \sqrt{n+2}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - (n+2)}{\sqrt{n} + \sqrt{n+2}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2}{\sqrt{n} + \sqrt{n+2}} = 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 24

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n} - \sqrt{n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} (2\sqrt{n} - \sqrt{n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty$$

Aufgabe 25

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} \cdot \sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

Aufgabe 26

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

Aufgabe 27

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n = e^2$$

Aufgabe 28

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = e^{-1}$$

Aufgabe 29

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{n}\right)^n = e^{-4}$$

Aufgabe 30

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

Aufgabe 31

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{4} = 1$$

Aufgabe 32

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{0.5} = 1$$

Aufgabe 33

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(n) \text{ divergent}$$

Aufgabe 34

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n)}{n} = 0$$

Aufgabe 35

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

Aufgabe 36

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(n) \text{ divergent}$$

Aufgabe 37

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n)}{n} = 0$$

Aufgabe 38

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right) = \cos(0) = 1$$

Aufgabe 39

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \left(\pi + \frac{1}{n} \right) = \cos (\pi + 0) = \cos (\pi) = -1$$

Aufgabe 40

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tan \left(\frac{1}{n} \right) = \tan (0) = 0 \quad (\text{schlechtes Beispiel})$$