Bestimme das Bildungsgesetz

Übungen

Bestimme eine explizite Formel ($a_n = \dots$) für die gegebenen Folgeglieder.

Aufgabe 1

$8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, \ldots$

Aufgabe 1

$8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, \ldots$

$a_n = n + 7$

Aufgabe 2

$$2,\ 1,\ 0,\ -1,\ -2,\ -3,\ -4,\ \ldots$$

Aufgabe 2

$2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, \ldots$

$a_n = 3 - n$

Aufgabe 3

8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, . . .

Aufgabe 3

8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, ...

$a_n = 5\,n + 3$

Aufgabe 4

$-7, -9, -11, -13, -15, -17, -19, \ldots$

Aufgabe 4

$-7, -9, -11, -13, -15, -17, -19, \ldots$

$a_n = -2\,n - 5$

Aufgabe 5

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{5},\ \frac{5}{6},\ \frac{6}{7},\ \frac{7}{8},\ \ldots$$

Aufgabe 5

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \ldots$

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

Aufgabe 6

$$0,\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{5},\ \frac{1}{2},\ \frac{4}{7},\ \frac{5}{8},\ \frac{2}{3},\ \ldots$$

Aufgabe 6

$0, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}, \ldots$

$$a_n = \frac{n-1}{n+2}$$

Aufgabe 7

$25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, \ldots$

Aufgabe 7

$25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, \ldots$

$a_n = (n+4)^2$

Aufgabe 8

2, 5, 10, 17, 26, 37, 50, . . .

Aufgabe 8

$2, 5, 10, 17, 26, 37, 50, \ldots$

$a_n = n^2 + 1$

Aufgabe 9

$2, 8, 16, 26, 38, 52, 68, \ldots$

Aufgabe 9

2, 8, 16, 26, 38, 52, 68, ...

Differenzenfolge 1. Ordnung: 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...

Differenzenfolge 2. Ordnung: 2, 2, 2, 2, 2, 2, ...

Also muss die Folge eine Definitionsgleichung der Form $a_n = xn^2 + yn + z$ haben. Dies lässt sich dazu nutzen, ein Gleichungssystem aufzustellen.

$a_1 = 1^2 \cdot x + 1 \cdot y + z = 2$

$a_2 = 2^2 \cdot x + 2 \cdot y + z = 8$

$a_3 = 3^2 \cdot x + 3 \cdot y + z = 16$

Taschenrechner (sys-solv): $x = 1,\ y = 3,\ z = 2 \quad \Rightarrow$
$a_n = n^2 + 3\,n - 2$

Aufgabe 10

$0, -1, 0, 3, 8, 15, 24, \ldots$

Aufgabe 10

$0, -1, 0, 3, 8, 15, 24, \ldots$

Differenzenfolge 1. Ordnung: $-1, 1, 3, 5, 7, 9, \ldots$

Differenzenfolge 2. Ordnung: $2, 2, 2, 2, 2, 2, \ldots$

Also muss die Folge eine Definitionsgleichung der Form $a_n = xn^2 + yn + z$ haben. Dies lässt sich dazu nutzen, ein Gleichungssystem aufzustellen.

$a_1 = 1^2 \cdot x + 1 \cdot y + z = 0$

$a_2 = 2^2 \cdot x + 2 \cdot y + z = -1$

$a_3 = 3^2 \cdot x + 3 \cdot y + z = 0$

Taschenrechner (sys-solv): $x = 1,\ y = -4,\ z = 3 \quad \Rightarrow$
$a_n = n^2 - 4\,n + 3$

Aufgabe 11

$$-1,\ 1,\ -1,\ 1,\ -1,\ 1,\ -1,\ \ldots$$

Aufgabe 11

$-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, \ldots$

$a_n = (-1)^n$

Aufgabe 12

$$1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, \ldots$$

Aufgabe 12

$1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, \ldots$

$a_n = (-1)^{n+1} = -(-1)^n = (-1)^{n-1}$ (es gibt noch weitere richtige Lösungen)

Aufgabe 13

10, 20, 40, 80, 160, 320, 640, ...

Aufgabe 13

10, 20, 40, 80, 160, 320, 640, ...

$a_n = 10 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^1 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^n$

Aufgabe 14

$27,\ 9,\ 3,\ 1,\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{27},\ \ldots$

Aufgabe 14

$27,\ 9,\ 3,\ 1,\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{27},\ \ldots$

$$a_n = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-n} =$$
$$81 \cdot 3^{-n} = 3^4 \cdot 3^{-n} = 3^{4-n}$$

Aufgabe 15

$-4, 16, -64, 256, -1024, 4096, -16384, \ldots$

Aufgabe 15

$-4, 16, -64, 256, -1024, 4096, -16384, \ldots$

$a_n = (-4)^n$

Aufgabe 16

11, 101, 1001, 10001, 100001, 1000001, 10000001, ...

Aufgabe 16

11, 101, 1001, 10001, 100001, 1000001, 10000001, ...

$a_n = 10^n + 1$

Aufgabe 17

9, 99, 999, 9999, 99999, 999999, 9999999, ...

Aufgabe 17

9, 99, 999, 9999, 99999, 999999, 9999999, ...

$a_n = 10^n - 1$

Aufgabe 18

2, 22, 222, 2222, 22222, 222222, 2222222, . . .

Aufgabe 18

2, 22, 222, 2222, 22222, 222222, 2222222, ...

$$a_n = \frac{2}{9} \cdot (10^n - 1)$$