
Binärdarstellung von Zahlen

Übungen

24. Oktober 2022

Aufgabe 1.1

Benenne die Platzhalter mit den richtigen Fachausdrücken.

(a) $a^b = c$

a :

b :

c :

(b) $\sqrt[n]{b} = c$

a :

b :

c :

(c) $\log_a b = c$

a :

b :

c :

Aufgabe 1.2

Eine Multiplikation gleicher Zahlen z. B. $2 \cdot 2 \cdot 2$ wird als geschrieben.

Aufgabe 1.3

(a) $2^7 =$

(b) $2^1 =$

(c) $2^0 =$

(d) $2^{-4} =$

(e) $2^5 =$

(f) $2^{10} =$

Aufgabe 1.4

(a) $2^x = 512$ $x =$

(b) $2^x = 128$ $x =$

(c) $2^x = 16$ $x =$

(d) $2^x = 1$ $x =$

(e) $2^x = \frac{1}{8}$ $x =$

(f) $2^x = \frac{1}{64}$ $x =$

Aufgabe 1.5

(a) $\log_3 9 =$

(b) $\log_4 64 =$

(c) $\log_2 64 =$

(d) $\log_2 32 =$

(e) $\log_3 81 =$

(f) $\log_3 1 =$

Aufgabe 1.6

(a) $\sqrt[7]{128} =$

(d) $\sqrt[3]{27} =$

(b) $\sqrt[10]{1024} =$

(e) $\sqrt[4]{256} =$

(c) $\sqrt[2]{256} =$

(f) $\sqrt[2]{64} =$

Aufgabe 1.7

Bestimme den kleinsten Exponenten, der die Ungleichung erfüllt.

(a) $10^x > 555\,000 \quad x =$

(c) $4^x > 64 \quad x =$

(b) $500 < 2^x \quad x =$

(d) $256 \leq 2^x \quad x =$

Aufgabe 1.8

(a) $25 \bmod 3 =$

(f) $1 \bmod 4 =$

(b) $25 \bmod 5 =$

(g) $53\,475 \bmod 2 =$

(c) $22 \bmod 6 =$

(h) $47\,906 \bmod 2 =$

(d) $125 \bmod 7 =$

(i) $94\,371 \bmod 1000 =$

(e) $64 \bmod 3 =$

(j) $44\,555 \bmod 3 =$

Aufgabe 1.9

(a) $\lceil 2.7 \rceil =$

(f) $\lfloor \sqrt{401} \rfloor =$

(b) $\lfloor -5.0001 \rfloor =$

(g) $\lceil -\frac{193}{100} \rceil =$

(c) $\lceil -92 \rceil =$

(h) $\lfloor \frac{13}{2} \rfloor =$

(d) $\lfloor 2^6 \rfloor =$

(i) $\lceil \log_2 100 \rceil =$

(e) $\lceil \sqrt{17} \rceil =$

(j) $\lfloor \log_2 255 \rfloor =$

Aufgabe 1.10

Gegeben ist das Alphabet $\Sigma = \{e, n\}$.

- (a) Zähle alle Wörter der Länge 3 mit Zeichen aus Σ auf. (Beispiel: *enn*)

- (b) Mit welcher Formel kann man die Anzahl aller Wörter der Länge 3 berechnen, ohne sie einzeln aufzuzählen?

- (c) Wie viele Wörter der Länge 6 (auch „sinnlose“) lassen sich aus den Zeichen von Σ bilden?

- (d) Gib ein deutsches Wort der Länge 6 an, dessen Zeichen aus Σ stammen.

Aufgabe 1.11

Gegeben ist das Alphabet $\Sigma = \{e, r, t\}$.

- (a) Zähle alle Wörter der Länge 2 mit Zeichen aus Σ auf. (Beispiel: *rr*)

- (b) Mit welcher Formel kann man die Anzahl aller Wörter der Länge 2 berechnen, ohne sie einzeln aufzuzählen?

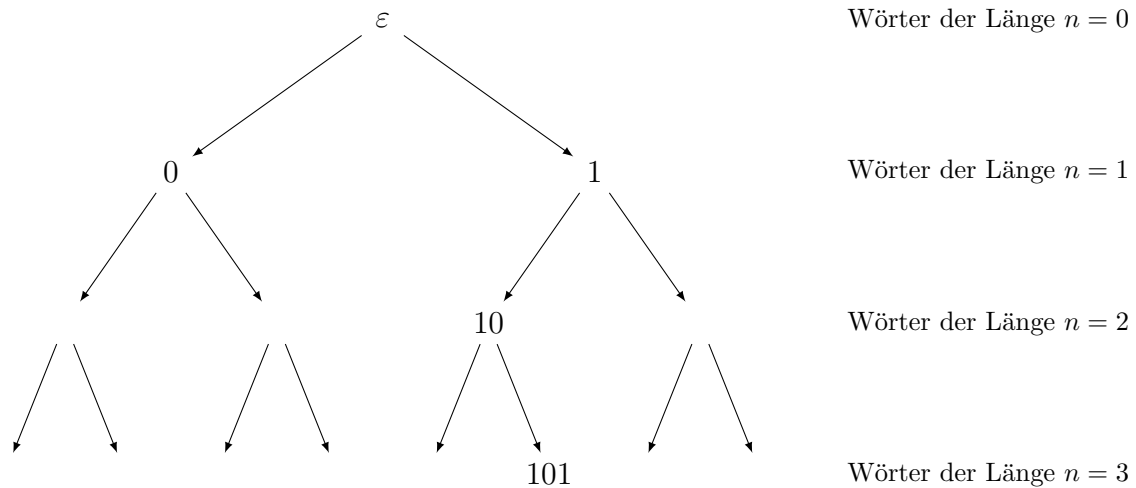
- (c) Wie viele Wörter der Länge 4 (auch „sinnlose“) lassen sich aus den Zeichen von Σ bilden?

- (d) Gib ein deutsches Wort der Länge 6 an, dessen Zeichen aus Σ stammen.

Aufgabe 2.1

Mit Hilfe eines *Binärbaums* können systematisch alle Bitfolgen, d. h. alle Wörter der Länge 1, 2, 3, ... über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ bestimmt werden: Man beginnt an der Wurzel des Baumes mit dem leeren Wort ε und hängt dann jeweils an das aktuelle Wort eine 0 an, wenn man der Kante nach links unten folgt und eine 1, wenn man der Kante nach rechts unten folgt.

Aufgabe: Ergänze die fehlenden Wörter im Baum.



Aufgabe 2.2

Wie viele Bits sind mindestens nötig, um den Ausgang eines Münzwurfs (Kopf, Zahl) digital darzustellen?

Aufgabe 2.3

Bestimme einen Binärcode mit Wörtern gleicher Länge, um die Himmelsrichtungen *Norden*, *Westen*, *Süden*, *Osten* binär zu codieren. Wie lange müssen diese Binärwörter mindestens sein?

Aufgabe 2.4

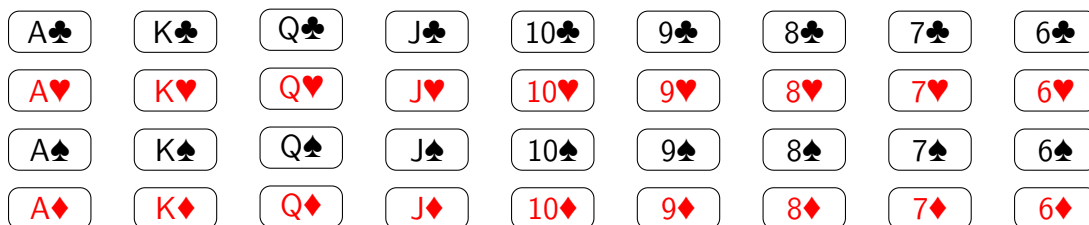
Bestimme einen Binärcode mit Wörtern gleicher Länge, um die Wochentage *Montag*, *Dienstag*, *Mittwoch*, *Donnerstag*, *Freitag*, *Samstag* und *Sonntag* binär zu codieren. Wie lange müssen diese Binärwörter mindestens sein?

Aufgabe 2.5

Bestimme einen Binärcode mit Wörtern gleicher Länge, um die Ziffern *0*, *1*, *2*, *3*, *4*, *5* und *6*, *7*, *8* und *9*, digital zu codieren. Wie lange müssen diese Binärwörter mindestens sein?

Aufgabe 2.6

Wie viele Bits sind mindestens nötig, um die Menge der folgenden Spielkarten digital darzustellen?



Aufgabe 2.7

Wie viele Bits sind mindestens nötig, um alle schweizerischen Auto-Kontrollschilder mit einer maximal sechsstelligen Nummer digital darzustellen?

NW · 123456

Hinweis: Codiere die Abkürzung für den Kanton und die Nummern separat.

Aufgabe 2.8

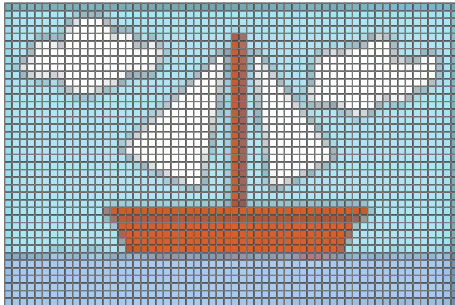
Wie viele Bits sind mindestens nötig, um eine Datumsangabe mit maximal vierstelliger Jahreszahl digital darzustellen, wenn die Datumsbestandteile (Tag, Monat, Jahr) getrennt codiert werden?

Aufgabe 2.9

Wie viele Bits sind mindestens nötig, um eine 12-stellige Bankkonto-Nummer, die nur aus den 10 Ziffern besteht, digital darzustellen? *Hinweis:* Schätze das Resultat mit der Näherung $10^3 \approx 2^{10}$ ab.

Aufgabe 2.10

Ein digitales Bild besteht aus vielen einzelnen Bildpunkten (Pixeln), die in einem rechteckigen Raster angeordnet sind. Das unten dargestellte Bild ist 60 Pixel breit und 40 Pixel hoch und besteht somit aus 2400 Pixeln.



Bei einem Farbbild wird die Farbe eines Pixels meist mit 24 Bit codiert. Wie viele Bytes benötigt ein solches Farbbild, das 3000 Pixel breit und 2000 Pixel hoch ist? Verwende eine geeignete Einheit (kB, MB, GB, ...), um das Resultat mit möglichst wenig Ziffern darzustellen.

Aufgabe 2.11

Wie lange dauert die Übertragung einer 12.5 MB grossen Datei über eine (A)DSL-Verbindung mit einer Übertragungsleistung von 1 Mbit pro Sekunde?

Aufgabe 2.12

Wie lange dauert die Übertragung einer 12.5 MB grossen Datei über eine Ethernet-Verbindung mit 100 Mbit/s?

Aufgabe 2.13

Wie lange dauert die Übertragung einer 12.5 MB grossen Datei über einen Lichtwellenleiter mit einer Übertragungsleistung von 1 GBit/s?

Aufgabe 2.14

Für die Speicherung eines Textes, der aus grossen und kleinen lateinischen Buchstaben, Satzzeichen, Sonderzeichen (Leerzeichen, Zeilenschaltungen) sowie den 10 arabischen Ziffern besteht, wird normalerweise 1 Byte pro Zeichen benötigt.

Wie viel Speicherplatz benötigen die gesammelten Werke von Shakespeare¹ wenn diese auf etwa 3000 DIN-A4-Seiten Platz haben und eine Seite im Mittel 1800 Zeichen (mit Leerzeichen und Zeilenschaltungen) enthält? Verwende eine möglichst praktische Einheit (kB, MB, GB, ...) für die Darstellung des Resultats.

¹<https://www.gutenberg.org/cache/epub/100/pg100.txt> (28.8.2022)

Aufgabe 3.1

Stelle die Zahl 171_{10} im 2er-System dar.

Aufgabe 3.2

Stelle die Zahl 73_{10} im 2er-System dar.

Aufgabe 3.3

Stelle die Zahl 198_{10} im 16er-System dar.

Aufgabe 3.4

Stelle die Zahl 55_{10} im 16er-System dar.

Aufgabe 3.5

Stelle die Zahl 165_{10} im 8er-System dar.

Aufgabe 3.6

Stelle die Zahl 11001000_2 im 10er-System dar.

Aufgabe 3.7

Stelle die Zahl AB_{16} im 10er-System dar.

Aufgabe 3.8

Stelle die Zahl 1101001001101_2 im 16er-System dar.

Aufgabe 3.9

Stelle die Zahl 11010110111_2 im 8er-System dar.

Aufgabe 3.10

Stelle die Zahl $3A7E_{16}$ im 8er-System dar.

Aufgabe 4.1

Zähle alle Binärzahlen von 0 bis 31 auf.

Aufgabe 4.2

Zähle binär von 64 bis 70.

Aufgabe 4.3

Zähle binär von 11011011_2 bis 11100001_2

Aufgabe 4.4

Addiere binär und vorzeichenlos: $10111 + 100110$

Aufgabe 4.5

Addiere binär und vorzeichenlos: $11110011 + 10011000$

Aufgabe 4.6

Bestimme das Zweierkomplement von 00100000.

Aufgabe 4.7

Bestimme das Zweierkomplement von 10010101.

Aufgabe 4.8

Bestimme die Gegenzahl von 67 in 8-Bit-Binärform.

Aufgabe 4.9

Bestimme die Gegenzahl von 82 in 8-Bit-Binärform.

Aufgabe 4.10

Bestimme den Wertebereich für ganze Zahlen, die mit 7 Bit im Zweierkomplement dargestellt werden können.

Aufgabe 4.11

Bestimme den Wertebereich für ganze Zahlen, die mit 4 Byte im Zweierkomplement dargestellt werden können.

Aufgabe 4.12

Welche ganze 8-Bit-Zahl stellt das im Zweierkomplement codierte Bitmuster 11101111 dar?

Aufgabe 4.13

Welche ganze 8-Bit-Zahl stellt das im Zweierkomplement codierte Bitmuster 10010000 dar?

Aufgabe 4.14

Zeige, wie ein Computer die Rechnung $44 - 17$ mit Hilfe des Zweierkomplements im 8-Bit Format durchführt.

Aufgabe 4.15

Zeige, wie ein Computer die Rechnung $77 - 102$ mit Hilfe des Zweierkomplements im 8-Bit Format durchführt.

Aufgabe 4.16

Zeige, wie ein Computer die Rechnung $-63 - 48$ mit Hilfe des Zweierkomplements im 8-Bit Format durchführt.

Aufgabe 4.17

Zeige, wie ein Computer die Rechnung $-128 + 64$ mit Hilfe des Zweierkomplements im 8-Bit Format durchführt.

Aufgabe 4.18

Berechne das Produkt 1101×11001 der vorzeichenlosen Binärzahlen.

Aufgabe 4.19

Berechne das Produkt 1011×10101 der vorzeichenlosen Binärzahlen.

Aufgabe 4.20

Bestimme den Wertebereich für ganze Zahlen, die mit 7 Bit im Zweierkomplement dargestellt werden können.

Aufgabe 4.21

Multipliziere die vorzeichenlose Binärzahl 1101_2 mit 16_{10} .

Aufgabe 5.1

Stelle die Dezimalzahl 0.125 im Binärsystem dar.

Aufgabe 5.2

Stelle die Dezimalzahl 5.75 im Binärsystem dar.

Aufgabe 5.3

Stelle die Zahl 17.325 im Dezimalsystem dar.

Aufgabe 5.4

Wie lautet die Binärdarstellung der Zahl 0.03125?

Aufgabe 5.5

Stelle die Binärzahl 0.11_2 im Dezimalsystem dar.

Aufgabe 5.6

Stelle die Binärzahl 101.101 im Dezimalsystem dar.

Aufgabe 5.7

Wie lautet die Binärdarstellung der Zahl 0.4?

Aufgabe 5.8

Berechne die Binärdarstellung der Zahl 0.35.

Aufgabe 5.9

Stelle die Zahl -1024 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.10

Stelle die Zahl 0.125 im IEEE 754-Standard mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.11

Stelle die Zahl -75 im IEEE 754-Format mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.12

Stelle die Zahl 0.1875 im IEEE 754-Format mit 32 Bit dar.

Aufgabe 5.13

Stelle -9 binär als IEEE 754-Gleitkommazahl (32 Bit) dar.

Aufgabe 5.14

Stelle 0.15625 binär als IEEE 754-Gleitkommazahl (32 Bit) dar.

Aufgabe 5.15

Stelle 3.8 binär als IEEE 754-Gleitkommazahl (32 Bit) dar.

Aufgabe 5.16

Stelle die folgende IEEE 754-Gleitkommazahl in Dezimalform dar.

11000000110010000000000000000000

Aufgabe 5.17

Stelle die folgende IEEE 754-Gleitkommazahl in Dezimalform dar.

11000011011010101000000000000000

Aufgabe 5.18

Stelle die folgende IEEE 754-Gleitkommazahl in Dezimalform dar.

01000001110010010000000000000000

Aufgabe 5.19

Gib die Binärdarstellung von $-\infty$ im IEEE 754-Format an. (32 Bit)

Aufgabe 5.20

Was stellt der Wert 01111111101100110011001100110011 im IEEE 754-Standard dar?

Aufgabe 5.21

Die IEEE 754-Gleitkommazahl 01000001011100000000000000000000 wird mit 2 multipliziert. Bestimme das Resultat ohne Umrechnung ins Dezimalsystem.

Aufgabe 5.31

Ordne die Zahlen in IEEE 754-Darstellung in aufsteigender Reihenfolge

- $a = 0|01011110|000000000000000000000001$
- $b = 1|11011110|001000000000000000000000$
- $c = 0|00111110|000000000000000000000010$
- $d = 1|00000000|000000000000000000000000$
- $e = 1|11011111|000001000000000000000000$