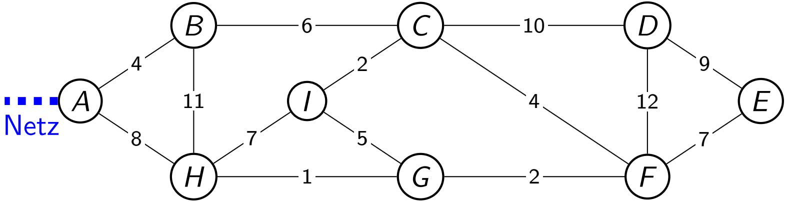
Minimale Spannbäume

Theorie

Aufgabe

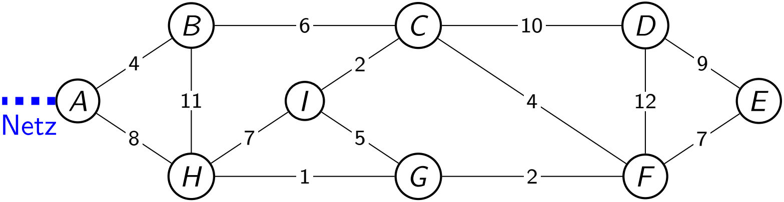
Die schematische (nicht masstäbliche) Darstellung zeigt neun Ortschaften und das sie verbindende Strassennetz. Zahlen stellen Distanzen in Kilometern dar.



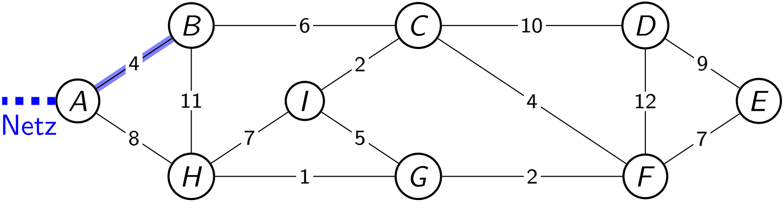
Nun sollen alle Ortschaften durch ein Glasfasernetz verbunden werden, das momentan in A endet. Die Kabel sollen entlang der Strassen verlegt werden, da sich dort bereits Kabelkanäle befinden.

Entlang welcher Strassen musst du die Glasfaserkabel verlegen, wenn möglichst wenig Kabel verwendet werden soll?

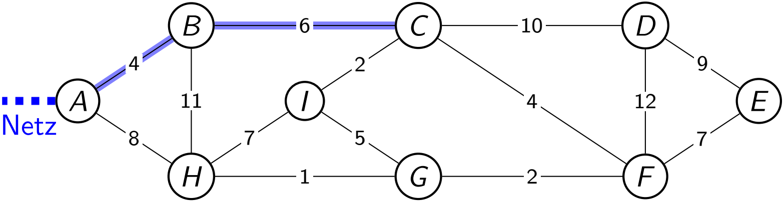
Lösung 1



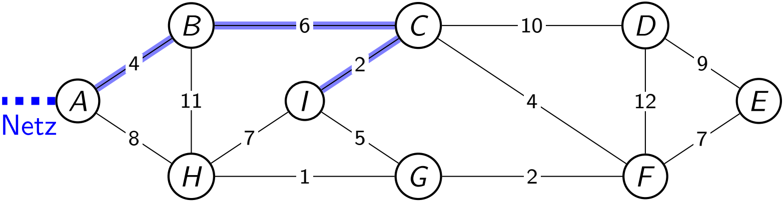
Lösung 1



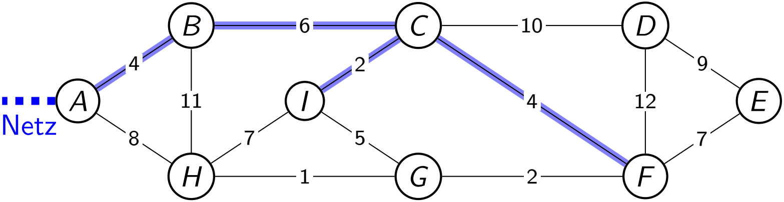
Lösung 1



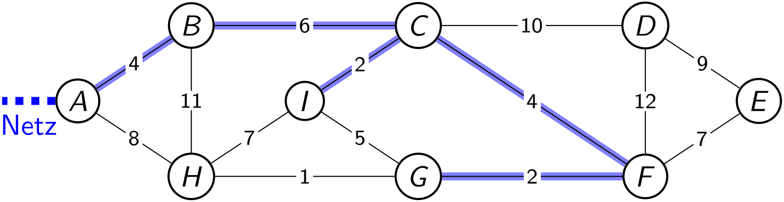
Lösung 1



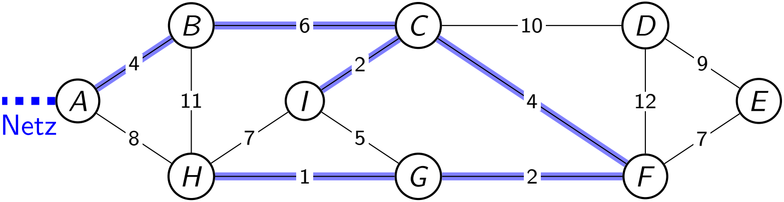
Lösung 1



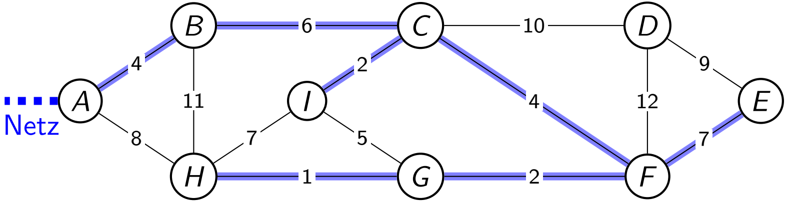
Lösung 1



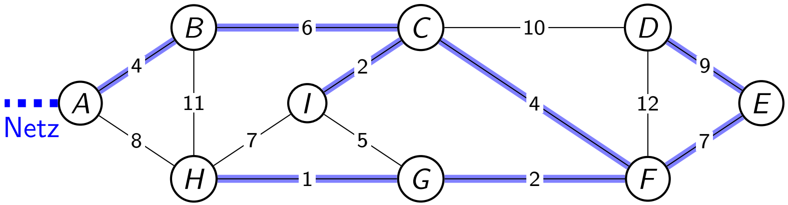
Lösung 1



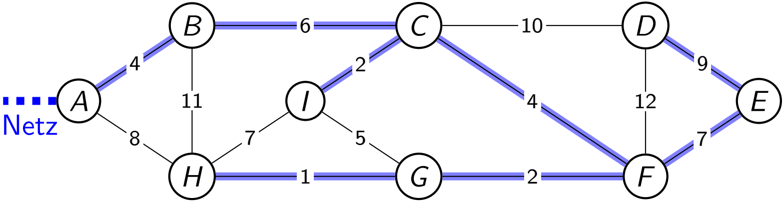
Lösung 1



Lösung 1

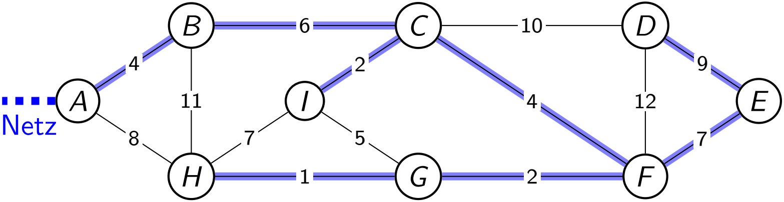


Lösung 1



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

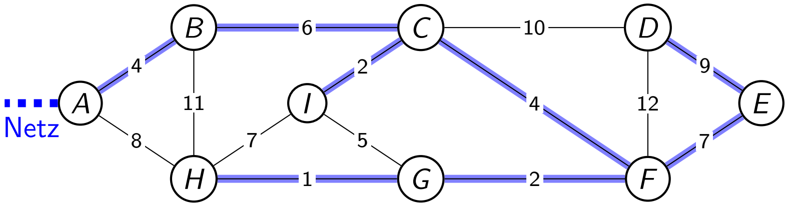
Lösung 1



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Betrachte alle Strassen, die erreichte Orte mit noch nicht erreichten Orten verbinden und wähle die Kürzeste aus. Gibt es mehrere solche Strassen, nimm eine beliebige.

Lösung 1

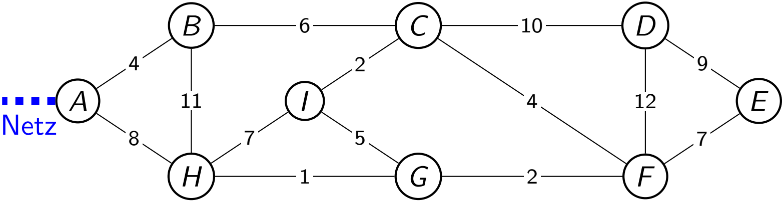


Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

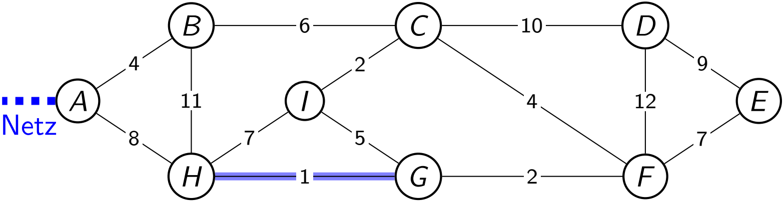
Betrachte alle Strassen, die erreichte Orte mit noch nicht erreichten Orten verbinden und wähle die Kürzeste aus. Gibt es mehrere solche Strassen, nimm eine beliebige.

Algorithmus von Jarnik (1930), Prim (1957) und Dijkstra (1959)

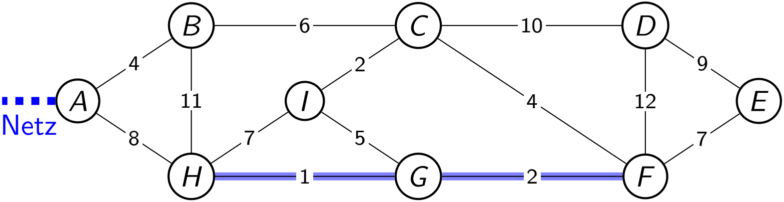
Lösung 2



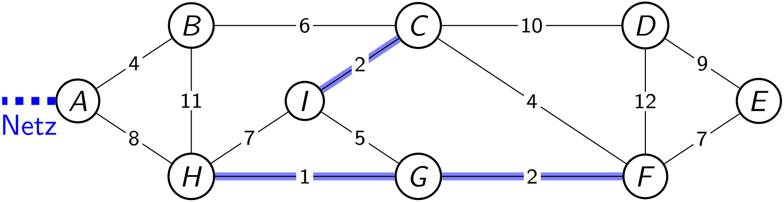
Lösung 2



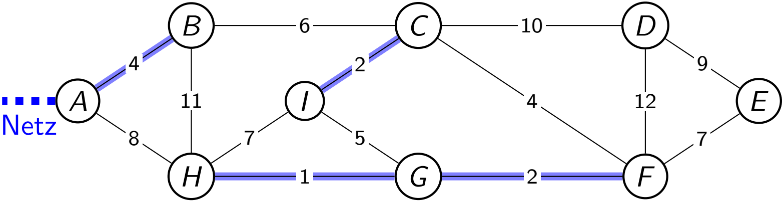
Lösung 2



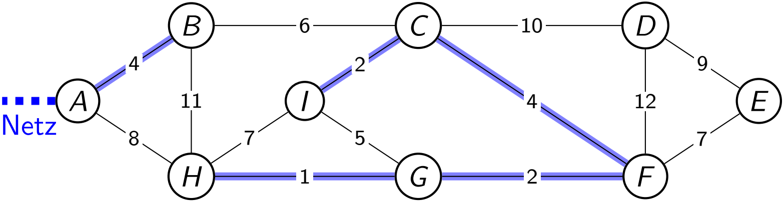
Lösung 2



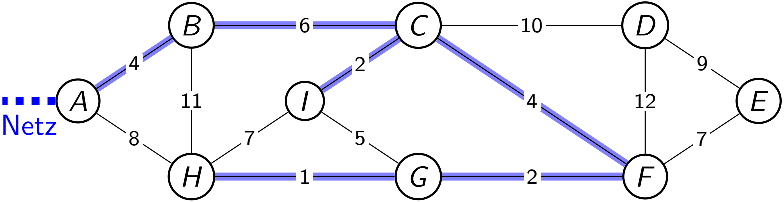
Lösung 2



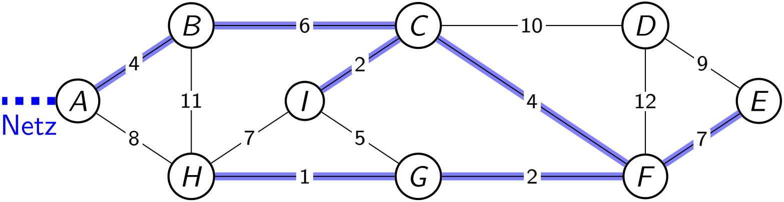
Lösung 2



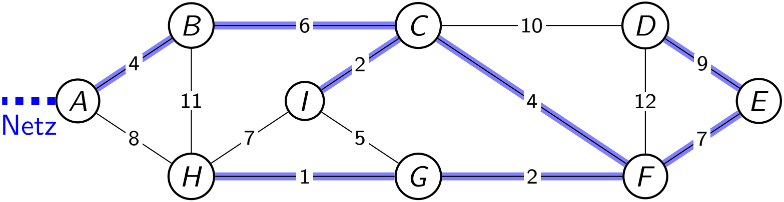
Lösung 2



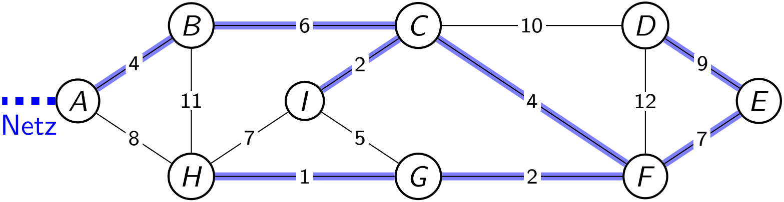
Lösung 2



Lösung 2

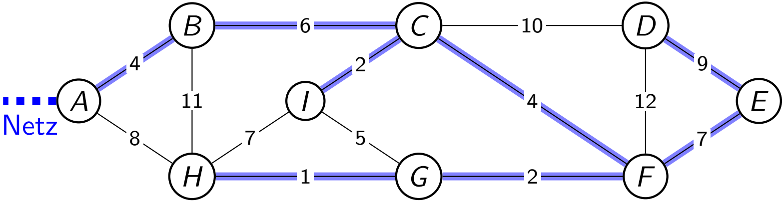


Lösung 2



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

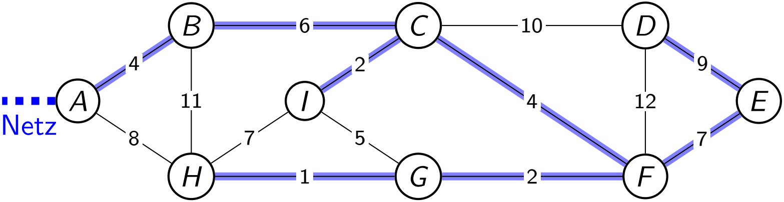
Lösung 2



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Gehe die nach aufsteigender Länge sortierten Strassen der Reihe nach durch und füge sie zum Netzwerk hinzu, wenn dabei höchstens einer der beiden Orte bereits angeschlossen ist. Bei Strassen gleicher Länge wähle eine beliebige.

Lösung 2



Gesamtlänge in km: $4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 1 + 7 + 9 = 35$

Gehe die nach aufsteigender Länge sortierten Strassen der Reihe nach durch und füge sie zum Netzwerk hinzu, wenn dabei höchstens einer der beiden Orte bereits angeschlossen ist. Bei Strassen gleicher Länge wähle eine beliebige.

Algorithmus von Kruskal (1956)

Begriffe

Graph:

Baum:

Spannbaum:

minimaler Spannbaum:

Begriffe

Graph: Eine Menge von Knoten (Objekten), die durch Kanten (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum:

Spannbaum:

minimaler Spannbaum:

Begriffe

Graph: Eine Menge von Knoten (Objekten), die durch Kanten (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum: Ein zusammehängender Graph ohne „Rundwege“.

Spannbaum:

minimaler Spannbaum:

Begriffe

Graph: Eine Menge von Knoten (Objekten), die durch Kanten (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum: Ein zusammehängender Graph ohne „Rundwege“.

Spannbaum: Ein Baum, der alle Knoten eines Graphen enthält.

minimaler Spannbaum:

Begriffe

Graph: Eine Menge von Knoten (Objekten), die durch Kanten (Beziehungen) verbunden sind. Die Knoten oder die Kanten können mit Zahlen („Gewichten“) versehen sein.

Baum: Ein zusammehängender Graph ohne „Rundwege“.

Spannbaum: Ein Baum, der alle Knoten eines Graphen enthält.

minimaler Spannbaum: Ein Spannbaum in einem kantengewichteten Graphen mit mininmaler Gewichtssumme. (*MST = minimum spanning tree*)

Algorithmus:

Anwendungen der MST-Algorihmen:

Algorithmus: Eine Beschreibung zur Lösung eines Problems mit folgenden Eigenschaften:

Anwendungen der MST-Algorihmen:

Algorithmus: Eine Beschreibung zur Lösung eines Problems mit folgenden Eigenschaften:

- eindeutig

Anwendungen der MST-Algorihmen:

Algorithmus: Eine Beschreibung zur Lösung eines Problems mit folgenden Eigenschaften:

- eindeutig
- endlich

Anwendungen der MST-Algorihmen:

Algorithmus: Eine Beschreibung zur Lösung eines Problems mit folgenden Eigenschaften:

- eindeutig
- endlich
- korrekt

Anwendungen der MST-Algorihmen:

Algorithmus: Eine Beschreibung zur Lösung eines Problems mit folgenden Eigenschaften:

- eindeutig
- endlich
- korrekt

Anwendungen der MST-Algorihmen:

- Netzwerkplanung

Algorithmus: Eine Beschreibung zur Lösung eines Problems mit folgenden Eigenschaften:

- eindeutig
- endlich
- korrekt

Anwendungen der MST-Algorihmen:

- Netzwerkplanung
- Design von Leiterplatten

Algorithmus: Eine Beschreibung zur Lösung eines Problems mit folgenden Eigenschaften:

- eindeutig
- endlich
- korrekt

Anwendungen der MST-Algorihmen:

- Netzwerkplanung
- Design von Leiterplatten
- Bildsegmentierung

Algorithmus: Eine Beschreibung zur Lösung eines Problems mit folgenden Eigenschaften:

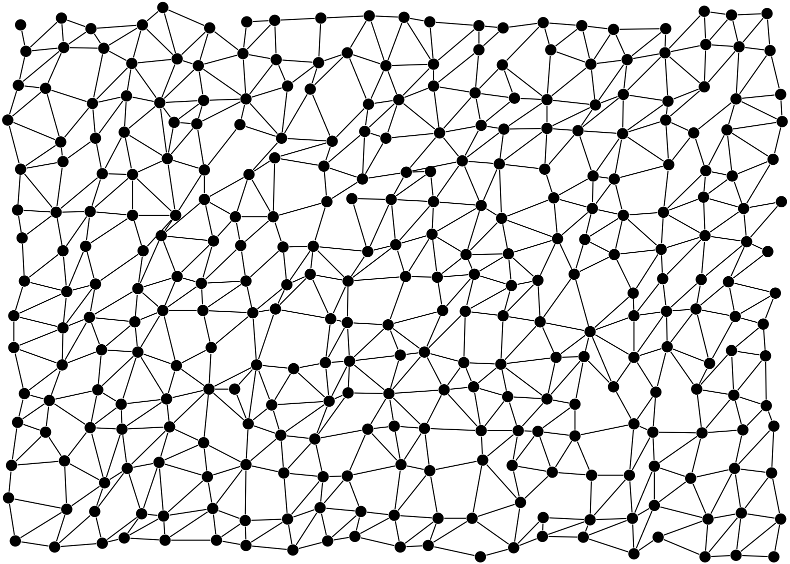
- eindeutig
- endlich
- korrekt

Anwendungen der MST-Algorihmen:

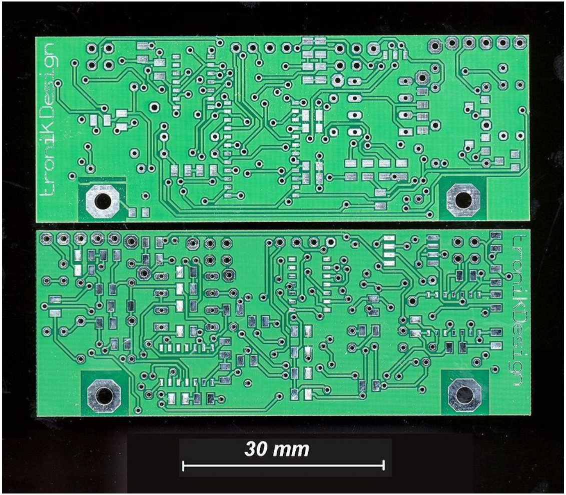
- Netzwerkplanung
- Design von Leiterplatten
- Bildsegmentierung
- als Bestandteil anderer Algorithmen

Graph mit 315 Knoten und 782 Kanten

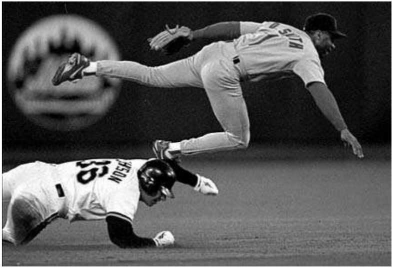
Eine manuelle Bestimmung des MST wäre hier etwas aufwändig!



Eine unbestückte Leiterplatte



Bildsegmentierung



Pedro F. Felzenszwalb und Daniel P. Huttenlocher. Efficient graph-based image segmentation. *Int. J. Comput. Vision*, 59(2):167–181, September 2004.