

**Aufgabe 1**

$$y'' - 3y' + 2y = 6e^{3x}$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 1)(\lambda - 2) \Rightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = Ae^{3x}$$

$$y'_i = 3Ae^{3x}$$

$$y''_i = 9Ae^{3x}$$

$$y''_i - 3y'_i + 2y_i = 6e^{2x}$$

$$9Ae^{3x} - 9Ae^{3x} + 2Ae^{3x} = 6e^{2x}$$

$$2A = 6 \Rightarrow A = 3$$

$$y_i = 3e^{2x}$$

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

$$y_a(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 3e^{2x}$$

**Aufgabe 2**

$$y'' - 4y' + 4y = 8x^2$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2$$

$$y_h(x) = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = Ax^2 + Bx + C$$

$$y'_i = 2Ax + B$$

$$y''_i = 2A$$

$$y''_i - 4y'_i + 4y_i = 8x^2$$

$$2A - 4(2Ax + B) + 4(Ax^2 + Bx + C) = 8x^2$$

$$4Ax^2 + (-8A + 4B)x + (2A - 4B + 4C) = 8x^2 \Rightarrow A = 2, B = 4, C = 3$$

$$y_i = 2x^2 + 4x + 3$$

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

$$y_a(x) = (C_1 + C_2 x)e^{2x} + 2x^2 + 4x + 3$$

### Aufgabe 3

$$y'' - 6y' + 25y = 30 \sin(5x)$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 6\lambda + 25 \Rightarrow \lambda_1 = 3 - 4i, \lambda_2 = 3 + 4i$$

$$y_h(x) = (C_1 \sin(4x) + C_2 \cos(4x))e^{3x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = A \sin(5x) + B \cos(5x)$$

$$y'_i = 5A \cos(5x) - 5B \sin(5x)$$

$$y''_i = -25A \sin(5x) - 25B \cos(5x)$$

$$y''_i - 6y'_i + 25y_i = 30 \sin(5x)$$

$$-25A \sin(5x) - 25B \cos(5x)$$

$$-30A \cos(5x) + 30B \sin(5x)$$

$$+ 25A \sin(5x) + 25B \cos(5x) = 30 \sin(5x)$$

$$30B \sin(5x) + -30A \cos(5x) = 30 \sin(5x) \Rightarrow A = 0, B = 1$$

$$y_i = \cos(5x)$$

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

$$y_a(x) = (C_1 \sin(4x) + C_2 \cos(4x))e^{3x} + \cos(5x)$$

### Aufgabe 4

$$y'' - 3y' + 2y = 4x$$

Lösung der homogenen DGL:

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 2)(\lambda + 1) \Rightarrow \lambda_1 = 2, \lambda_2 = -1$$

$$y_h(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$$

Spezielle Lösung der inhomogenen DGL (MduK):

$$\text{Ansatz: } y_i = Ax + B$$

$$y'_i = A$$

$$y''_i = 0$$

$$y''_i - 3y'_i + 2y_i = 4x$$

$$0 - 3A + 2(Ax + B) = 4x$$

$$2Ax + (-3A + 2B) = 4x \Rightarrow A = 2, B = 3$$

$$y_i = 2x + 3$$

Allgemeine Lösung der Inhomogenen DGL:

$$y_a(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x} + 2x + 3$$